

Chapitre 11

Probabilités

11.1 Vocabulaire et exemples

11.1.1 Expérience aléatoire

Définition 65. Une expérience est dite aléatoire lorsque son résultat est déterminé par le hasard (en latin : alea) et ne peut donc pas être prévu à l'avance avec certitude. Une fois l'expérience réalisée, on obtient un « résultat » ou une « issue ».

Exemple 113. Un lancer de dé, tirer une carte au hasard dans un jeu de cartes, tirer une boule dans une urne sont des expériences aléatoires.



11.1.2 Événement, événement élémentaire

Définition 66. Un événement est un ensemble de résultats.

Définition 67. Un événement élémentaire est un événement constitué d'un seul résultat.

Exemple 114. On lance un dé à 6 faces. Les résultats possibles sont : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6. Un événement élémentaire est par exemple « obtenir un 3 ». « Obtenir un nombre pair », « obtenir un nombre plus petit que 5 » sont des événements .

11.1.3 Probabilité d'un événement

Définition 68. Quand une expérience aléatoire est répétée un grand nombre de fois, la fréquence relative de réalisation d'un événement élémentaire se rapproche d'une valeur particulière : la probabilité de cet événement élémentaire.

Exemple 115. On lance un dé à 6 faces. La fréquence d'apparition du chiffre 5 est la probabilité de l'événement « obtenir un 5 » et elle est égale à $\frac{1}{6}$.

Définition 69. La probabilité d'un événement est définie comme la somme des probabilités des événements élémentaires qui le constituent. On note $p(A)$ la probabilité de l'événement A .

Propriété 72. (admise) Avec un arbre, la probabilité d'un événement est la somme des probabilités écrites sur les branches conduisant aux issues qui réalisent l'événement.

Propriété 73. (admise) Si A est un événement, alors $0 \leq p(A) \leq 1$.

11.1.4 Événement certain

Définition 70. On appelle événement certain un événement réalisé quel que soit le résultat de l'expérience aléatoire.

Propriété 74. *La probabilité de l'événement certain est 1.*

Exemple 116. On lance un dé à 6 faces. « Obtenir un nombre inférieur ou égal à 6 » est un événement certain.

11.1.5 Événement impossible

Définition 71. On appelle événement impossible un événement qui ne sera jamais réalisé.

Propriété 75. *La probabilité de l'événement impossible est 0.*

Exemple 117. On lance un dé à 6 faces. « Obtenir un nombre supérieur à 7 » est un événement impossible.

11.1.6 Événements incompatibles

Définition 72. Deux événements A et B sont incompatibles quand ils ne peuvent pas être réalisés en même temps.

Propriété 76. *Lorsque deux événements sont incompatibles, la probabilité que l'un ou l'autre se réalise est égale à la somme de leurs probabilités : $p(A \text{ ou } B) = p(A) + p(B)$.*

Exemple 118. On tire une boule au hasard dans une urne contenant des boules rouges et des boules jaunes. L'événement « obtenir une boule rouge » est incompatible avec l'événement « obtenir une boule jaune ».

11.1.7 Événements contraires

Définition 73. L'événement contraire d'un événement A est celui qui se réalise lorsque A ne se réalise pas. On le note « $\text{non}A$ ».

Propriété 77. *Si A est un événement, alors A et $\text{non}A$ sont incompatibles.*

Propriété 78. *La somme des probabilités d'un événement A et de son contraire est 1 : $p(A) + p(\text{non}A) = 1$.*

Exemple 119. On lance un dé à 6 faces. Si A est l'événement « obtenir un nombre pair », alors $\text{non}A$ est « obtenir un nombre impair ».

11.2 Exercices de base

11.2.1 Exercice 1

1. Déterminer la probabilité de tirer un as dans un jeu de 32 cartes.
2. Déterminer la probabilité de tirer un trèfle dans un jeu de 32 cartes.
3. Les événements « tirer un as » et « tirer un trèfle » sont-ils incompatibles ?
4. Déterminer la probabilité de tirer un as ou un trèfle dans un jeu de 32 cartes.



11.2.2 Exercice 2

Un dé a la forme d'un icosaèdre régulier. Les vingt faces sont numérotées de 1 à 20 et on admet que l'on a autant de chances d'obtenir chacune des faces.

1. Quelle est la probabilité d'obtenir un multiple de 2 ? Un multiple de 3 ?
2. Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre qui ne soit ni un multiple de 2 ni un multiple de 3 ?
3. Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre premier ?



11.2.3 Exercice 3

Dans une urne, il y a cinq boules rouges (R), deux boules bleues (B) et une boule verte (V), indiscernables au toucher. On tire successivement et sans remise deux boules. Déterminer la probabilité de tirer deux boules de la même couleur.



A retenir :

La probabilité d'un résultat d'une expérience à deux épreuves est égale au produit des probabilités figurant sur la branche conduisant à ce résultat.