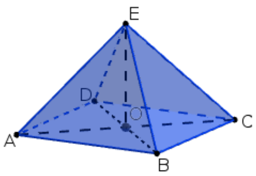
Exercice 1. Dans un triangle ABC, rectangle en B, on sait que $\sin \widehat{BAC} = \dfrac{4}{5}$.

1. Calculer $\cos \widehat{BAC}$.
2. En déduire $\tan \widehat{BAC}$.

Exercice 2. La formule d'Al-Kashi permet de calculer le troisième côté d'un triangle connaissant deux côtés et un angle. Pour un triangle ABC, on a :
$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AC \times AB \times \cos \widehat{BAC}$.
On considère pour tout l'exercice que $AB = 6$ cm, $AC = 12$ cm et $\widehat{BAC} = 60°$.

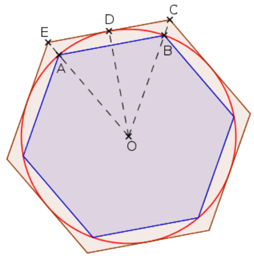
1. Construire un triangle ABC vérifiant les conditions précédentes.
2. Donner la valeur de $\cos \widehat{BAC}$.
   En déduire, avec la formule d'Al-Kashi, que l'on a : $BC^2 = AB^2 + AC^2 - AC \times AB$.
   Montrer que $BC = \sqrt{108}$ cm.
3. En déduire que le triangle ABC est rectangle en B.

Exercice 3. $ABCDE$ est une pyramide en bois à base carrée. $AB = 126$ cm et $OE = 72$ cm avec O centre du carré $ABCD$.



1. Déterminer des valeurs approchées des angles $\widehat{OAE}$ et $\widehat{AEO}$.
2. I est le milieu du segment $[BC]$.
   (a) Calculer EI.
   (b) En déduire l'aire du triangle EBC.
3. On veut peindre cette pyramide.
   (a) Déterminer, en m^2, la surface à peindre.
   (b) On dispose d'une peinture permettant de peindre 10 m^2 par litre. Quelle quantité de peinture va-t-on utiliser pour peindre cette pyramide en deux couches ?

Exercice 4. Pour trouver une valeur approchée du nombre π, le savant grec Archimède de Syracuse (287 av. J.-C. - 212 av. J.-C.) a eu l'idée d'encadrer la longueur d'un cercle de rayon une unité par les périmètres de polygones réguliers inscrits et circonscrits à ce cercle, comme le montre la figure ci-dessous.
Nous allons procéder comme lui ici en utilisant deux hexagones réguliers.



1. Quelle est la longueur exacte d'un cercle de rayon 1 ?
2. Etude de l'hexagone inscrit.
   (a) Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{AOB}$? Justifier.
   (b) En déduire la nature du triangle AOB.
   (c) Calculer la longueur AB.
   (d) Calculer le périmètre de l'hexagone inscrit.
3. Etude de l'hexagone circonscrit
   (a) D est le milieu du segment $[EC]$. Déterminer OD.
   (b) Quelle est la nature du triangle ODC ?
   (c) Calculer la mesure de l'angle $\widehat{DOC}$.
   (d) Après avoir cherché dans le cours la valeur exacte de $\tan 30°$, montrer que $EC = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.
   (e) En déduire la valeur exacte du périmètre de l'hexagone circonscrit.
4. Déduire des questions précédentes un encadrement du nombre π. Combien de chiffres du nombre π cet encadrement donne-t-il ?
5. Archimède a doublé le nombre de côtés des polygones pour affiner l'encadrement. En répétant plusieurs fois ce processus, il a réussi à obtenir avec des polygones à 96 côtés l'encadrement de π suivant :
   $$3 + \frac{10}{71} < \pi < 3 + \frac{10}{70}$$
   C'était un très bon encadrement pour l'époque : combien de chiffres du nombre π cet encadrement permettait-il de connaître ?