Révisions de fin de 3e

NIVEAU DIFFICILE

Exercice 1 :

On considère trois nombres notés, dans cet ordre, *x*, *y* et *z*.
Le quart du premier est égal au cinquième du second qui est lui-même égal au sixième du troisième.
De plus, la somme de ces trois nombres est égale à 600.
1. Calculer *y* et *z* en fonction de *x*.
2. En déduire la valeur des trois nombres *x*, *y* et *z*.

Exercice 2 :

1. On donne le nombre *A* tel que $A=3^{32}-3^{31}-3^{30}$.
Ecrire *A* sous la forme $a\times 3^{30}$, où *a* est un nombre entier à déterminer.
2. On donne le nombre *B*, tel que $B=9^{15}$.
Ecrire *B* sous la forme 3^{n} , où n est un nombre entier à déterminer.
3. Trouver le nombre *x* tel que $\frac{A}{x}=\frac{B}{0,2}$.

Exercice 3 :

1. On donne $C=\left(\frac{3}{7}\times\frac{2}{5}\right):\left(\frac{1}{5}-\frac{5}{2}\right)$.
Ecrire C sous la forme d'une fraction irréductible.
2. On donne $D=\dfrac{4500\times 10^{-4}\times 0,25\times 10^{3}\times 7\times 10^{3}}{50+\dfrac{1}{10^{-2}}\times 3}$.
Donner l'écriture scientifique de D en indiquant les étapes des calculs.

Exercice 4 :

1. Ecrire de la façon la plus simple possible (en donnant des valeurs exactes et non des valeurs approchées) :

$A=\dfrac{(\sqrt{45}+5)(\sqrt{5}-3)}{4}$; $B=\left(\sqrt{\dfrac{5}{3}}-\sqrt{\dfrac{3}{5}}\right)^{2}$; $C=\sqrt{5}\times\dfrac{(\sqrt{19}-\sqrt{13})\times(\sqrt{19}+\sqrt{13})}{6}$;

$D=\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{5}+\dfrac{2}{5}\times\dfrac{11}{3}+\dfrac{1}{3}:\dfrac{5}{11}$

2. Vérifier que $A+B+C+D$ est un nombre entier.

Exercice 5 :

Soit l'expression $E=\dfrac{1}{16}(1-2x)^{2}-25\left(4x-\dfrac{1}{5}\right)^{2}$.
1. Développer, réduire et ordonner cette expression.
2. Calculer la valeur exacte de *E* lorsque :
a. $x=0$;
b. $x=\dfrac{2}{5}$.
3. Ecrire *E* sous la forme d'u produit de facteurs du premier degré.
4. Résoudre l'équation $E=0$.

Exercice 6 :

1. Développer, puis réduire les expressions suivantes :

$$F=\frac{(u+v)^2-(u-v)^2}{2} \quad ; \quad G=(x+y)(x-y)(x^2+y^2) \quad .$$

2. Simplifier les expressions suivantes, en indiquant le détail des différents calculs effectués :

$$H=\frac{6^5\times 18^{-2}}{4^2\times 12^{-3}\times 1296} \quad ; \quad I=\left(\left(\frac{3}{7}\right)^3:\frac{6}{14}\right)\times\frac{147}{9}$$

Vérifier que *H* et *I* sont deux nombres entiers naturels.

Exercice 7 :

Soit $J=\dfrac{1}{x+\dfrac{1}{1+\dfrac{x+1}{3-x}}}$.

Calculer la valeur exacte de *J* lorsque : $x=0$; $x=2$; $x=-3$; $x=-\frac{2}{7}$; $x=\sqrt{2}$.

Pour les quatre premières questions, les résultats seront indiqués sous forme de fractions irréductibles. Pour la cinquième question, le résultat sera donné sous forme $a+b\sqrt{2}$, où *a* et *b* représentent deux fractions.

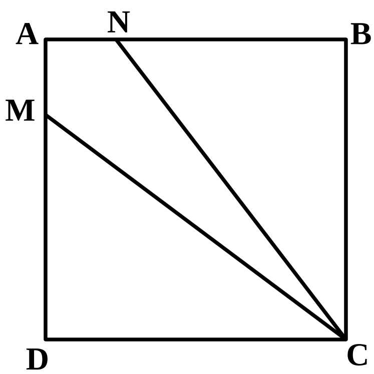
Exercice 8 :

Soit l'expression $K=49-4x^2+3(7-2x)$.

1. Développer et réduire *K*.
2. Calculer les valeurs exactes de *K* lorsque : $x=0$; $x=\frac{3}{8}$; $x=-\frac{2}{5}$; $x=-2\sqrt{3}$.
3. Factoriser *K*.
4. Résoudre $K=0$.

Exercice 9 :

La figure ci-après représente un carré *ABCD* de 6 cm de côté. *M* est un point du segment *[AD]* et *N* est un point du segment *[AB]* tels que : *AM* = *AN* = *x*, où *x* désigne un nombre réel strictement positif.



1. Calculer en fonction de *x* les aires des triangles *MDC*, *NBC* et l'aire du quadrilatère *AMCN*.
2. Pour quelle valeur de *x* les trois aires calculées ci-dessus sont-elles égales ?
3. Donner alors la mesure commune en cm² de ces trois aires.

Exercice 10 :

On considère un triangle *ABC* rectangle en *A*, tel que $AB=5,4\,cm$ et $AC=7,2\,cm$.

La hauteur issue de *A* coupe le segment *[BC]* en *H*.

La médiane issue de *A* coupe le segment *[BC]* en *I*.

La bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$ coupe le segment *[BC]* en *J*.

1. Faire une figure en vraie grandeur.

2. Calculer la mesure de la distance *BC*.

3. On note α la mesure de l'angle $\widehat{ACB}$.

   a. Exprimer sin α dans le triangle rectangle *HAC*.

   b. Exprimer sin α dans le triangle rectangle *BAC*.

   c. Démontrer alors que $AH = \frac{AB \times AC}{BC}$. En déduire la mesure exacte de la distance *AH*.

4. a. Calculer la mesure exacte de la distance *BI*.

   b. Calculer la mesure exacte de la distance *BH*.

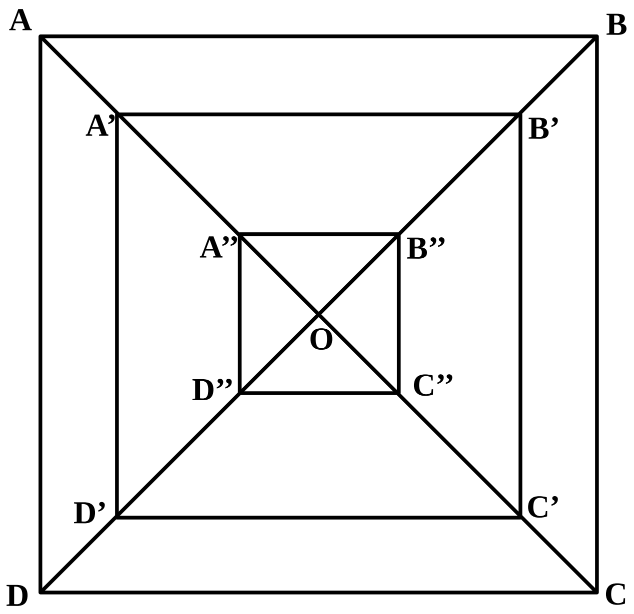
5. a. Calculer une mesure arrondie au degré de l'angle $\widehat{BAH}$.

   b. En déduire une mesure arrondie au degré de l'angle $\widehat{JAH}$.

   c. En déduire une mesure arrondie au dixième de millimètre de la distance *BJ*.

6. La parallèle à la droite *(AC)* passant par *H* coupe le segment *[AB]* en *K*. Calculer les mesures exactes des distances *AK* et *KH*.

<u>Exercice 11 :</u>



La figure ci-dessus est composée :

- d'un carré *ABCD* de $5\,cm$ de côté ; on note *O* son centre ;
- d'un autre carré *A'B'C'D'* de centre *O* et tel que $OA' = 2{,}5\,cm$;
- et enfin d'un autre carré *A"B"C"D"* de centre *O* et tel que son aire mesure $2{,}25\,cm^2$.

1. a. Calculer en cm^2 la mesure exacte de l'aire du carré *ABCD*.

   b. Calculer la mesure exacte de ma diagonale du carré *ABCD*.

   En déduire la mesure exacte de la distance *OA*.

2. Le carré *A'B'C'D'* est une réduction de rapport *k* du carré *ABCD*.

   a. Calculer la valeur exacte du nombre réel *k*.

   b. En déduire la mesure exacte du côté du carré *A'B'C'D'*.

   c. En déduire la mesure exacte de l'aire de ce même carré.

3. Le carré *A"B"C"D"* est aussi une réduction du carré *ABCD*. On note *k'* le coefficient de réduction.

   a. Calculer la valeur exacte de *k'*.

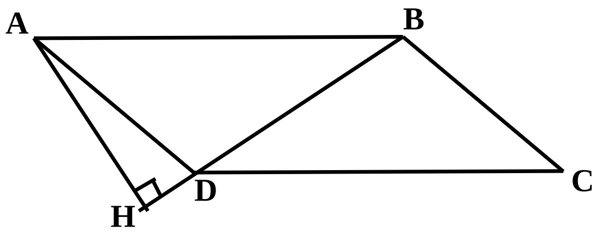
   b. En déduire la mesure du côté du carré *A"B"C"D"*.

Exercice 12 :

Dans cet exercice, les longueurs sont données en centimètres.

La figure ci-dessous représente un parallélogramme *ABCD* et les droites *(BD)* et *(AH)* sont perpendiculaires.

On a : $AB=8$; $AD=5$ et $\widehat{ABD}=30^\circ$.



1. Refaire une figure en vraie grandeur.

2. Calculer les mesures exactes des distances *AH*, *DH*, *BH* et *BD*.

3. Placer le point *P* du segment *[AB]* tel que $AP=2$. La parallèle à la droite (AD) passant par *P* coupe respectivement les droites *(BD)* et *(CD)* en *Q* et *R*.

    a. Calculer la mesure de la distance *PQ*.

    b. En déduire la mesure de la distance *QR*.

4. Placer le point *S* sur le segment *[DB]* tel que $DS=3$ et le point *T* sur le segment *[DC]* tel que $TC=1{,}9$. Les droites *(ST)* et *(AD)* sont-elles parallèles ? Justifier.

Exercice 13 :

Le plan est muni d'un repère orthonormal (O ; I ; J) et on prendra le centimètre comme unité de longueur.

1. Placer dans ce repère les points *A(3 ; 6)* ; *B(0 ; 3)* et *C(9 ; 0)*.

Tracer alors le triangle *ABC*.

Placer sur le segment *[AB]* les points *E* et *F* tels que : $AE=EF=FB$.

Placer sur le segment *[AC]* les points *G* et *H* tels que : $AG=GH=HC$.

Placer sur le segment *[BC]* les points *P* et *Q* tels que : $BP=PQ=QC$.

2. Lire les coordonnées des points *E*, *F*, *G*, *H*, *P* et *Q*. Aucune démonstration n'est demandée.

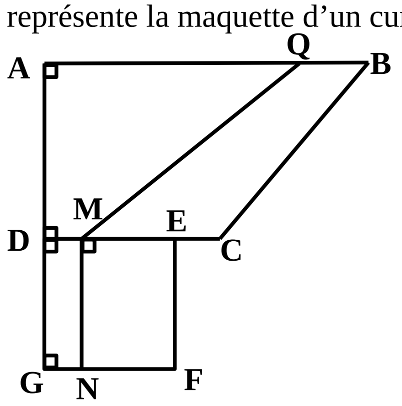
3. Déterminer les fonctions *f*, *g* et *h* dont les représentations graphiques sont respectivement les droites *(EQ)*, *(PG)* et *(FH)*. Vous justifierez les résultats obtenus.

4. Calculer les coordonnées du point *T*, intersection des droites *(EQ)* et *(FH)*. Ce point *T* est-il situé sur la droite *(PG)* ? Pourquoi ?

5. Conclure en expliquant pourquoi les trois droites *(EQ)*, *(PG)* et *(FH)* sont concourantes.

Exercice 14 :

Le schéma ci-dessous représente la maquette d'un curieux pré. Cette maquette est à l'échelle $\frac{1}{20000}$.



ABCD est un trapèze rectangle et *DEFG* est un carré. On donne : $AB=5cm$; $BQ=1cm$; $AD=3cm$; $DC=2cm$ et $DE=1,5cm$.

Ce pré possède trois points d'eau situés aux points *Q*, *G* et *F*.

Il appartient à deux frères Paul et Pierre qui souhaitent tous deux élever des chèvres. Ils décident de séparer le pré en deux parties de mêmes aires, tout en conservant la possibilité pour chacun d'utiliser deux points d'eau parmi les trois. Cela permettra à toutes les chèvres de pouvoir se désaltérer sans aucune difficulté.

Afin de délimiter les deux prés, ils décident de poser une clôture rectiligne représentée sur le schéma par les deux segments *[QM]* et *[MN]*. Le point *M* est situé sur le segment *[DE]* et les droites *(DG)* et *(MN)* sont parallèles.

Paul possède désormais un pré représenté par les quadrilatères *AQMD* et *DMNG*. Alors que Pierre possède un pré représenté par les quadrilatères *BQMC* et *MEFN*.

On pose $DM=x$. Le but de ce problème est de déterminer, entre autres, la position du point *M* pour que les deux frères possèdent des prés de mêmes aires.

1. Calculer, en mètres, les mesures réelles des distances *AB*, *BQ*, *AD*, *DC* et *DE*.
2. Donner un encadrement pour *x*.
3. Toutes les aires demandées seront calculées en m^2.
   a. Calculer, en fonction de *x*, l'aire $A_1(x)$ du pré de Paul.
   b. Calculer l'aire *A* des deux prés.
   c. Calculer, en fonction de *x*, l'aire $A_2(x)$ du pré de Pierre.
4. Sur une feuille de papier millimétré, construire un repère orthogonal en plaçant l'origine en bas à gauche. Prendre sur l'axe des abscisses $1cm$ pour $20\,unités$ et sur l'axe des ordonnées $1cm$ pour $20\,000\,unités$. Tracer dans ce repère les représentations graphiques des fonctions *f* et *g* définies par : $f(x)=600x+240\,000$ et $g(x)=-600x+270\,000$.
5. Répondre à cette question en utilisant le graphique obtenu à la question précédente.
Situer le point *M* pour que les prés de Paul et de Pierre aient les mêmes aires. Quelle sera la valeur commune de l'aire dans ce cas ?
6. Répondre à la question précédente en effectuant des calculs appropriés.
7. En prenant pour *x* la valeur trouvée aux questions 5 et 6, calculer la longueur de la clôture séparant les deux prés. Cette longueur sera donnée à 1 mètre près par excès.