

Chapitre 12

Parallélogrammes

12.1 Parallélogramme

12.1.1 Remarque préliminaire et définition

Il n'y a pas « une » définition du parallélogramme : si une propriété du type « Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ... » est vraie ainsi que sa réciproque, alors on peut utiliser cette propriété comme une définition. On a donc choisi une définition parmi toutes celle possibles.

Définition 39. Un parallélogramme est un quadrilatère qui a ses côtés opposés parallèles.

Propriété 57. *Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses côtés opposés sont parallèles.*

Propriété 58. *Si un quadrilatère a ses côté opposés parallèles, alors c'est un parallélogramme.*

12.1.2 Propriétés

Propriété 59. *Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors il a un centre de symétrie qui est le point d'intersection des diagonales (centre du parallélogramme).*

Propriété 60. *Si un quadrilatère non croisé a un centre de symétrie, alors c'est un parallélogramme.*

Propriété 61. *Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses diagonales ont le même milieu.*

Propriété 62. *Si un quadrilatère a ses diagonales qui ont le même milieu, alors c'est un parallélogramme.*

Propriété 63. *Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses côté opposés sont de même longueur.*

Propriété 64. *Si un quadrilatère non croisé a ses côtés opposés de même longueur, alors c'est un parallélogramme.*

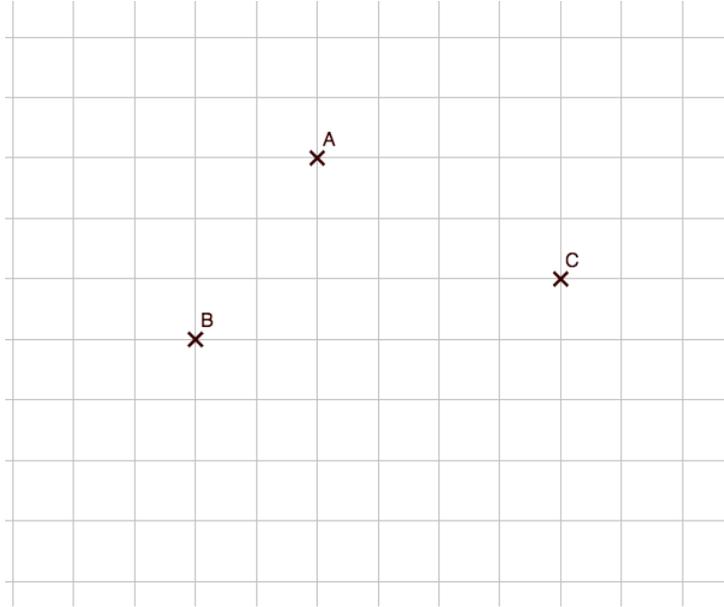
Propriété 65. *Si un quadrilatère non croisé a deux côtés opposés parallèles et de même longueur, alors c'est un parallélogramme.*

Propriété 66. *Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses angles opposés ont la même mesure et ses angles consécutifs sont supplémentaires.*

12.1.3 Constructions

Exemple 110. Soient trois points A , B et C non alignés placés dans un quadrillage comme ci-dessous.

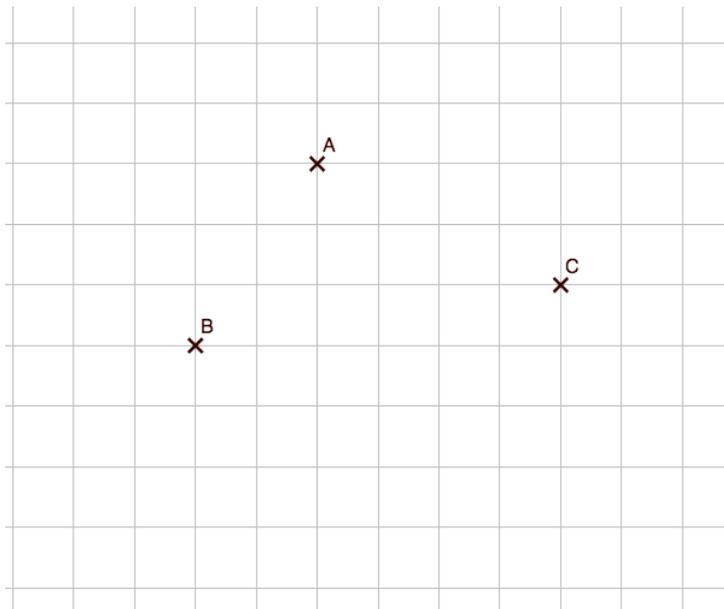
Placer le point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.



Méthode 1 : on utilise la propriété « si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses côtés opposés sont parallèles et de même longueur. ».

On commence par visualiser où le point D va se trouver approximativement.

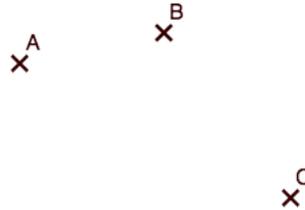
Pour aller de B à C , on compte 6 carreaux vers la droite et on monte de un carreau. Pour aller de A à D , on reproduit ce déplacement.



Méthode 2 : on utilise la propriété « Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses diagonales ont le même milieu. ».

Les diagonales du parallélogramme $ABCD$ sont $[AC]$ et $[BD]$. On place le milieu I de $[AC]$ puis on place le point D tel que I soit le milieu de $[BD]$.

Exemple 111. Soient trois points A , B et C non alignés. Construire au compas le point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.



On commence par repérer dans quelle zone va se trouver le point D .
 On reporte au compas la longueur AB à partir du point C . On trace un arc de cercle.
 On reporte au compas la longueur BC à partir du point A . On trace un deuxième arc de cercle.
 A l'intersection des deux arcs de cercle se trouve le point D .

12.2 Rectangle, losange, carré

12.2.1 Propriétés directes

Propriété 67. *Le rectangle, le losange et le carré sont des parallélogrammes (car leur côté opposés sont parallèles).*

Propriété 68. *Si un quadrilatère est un rectangle ou un carré, alors il a quatre angles droits.*

Propriété 69. *Si un quadrilatère est un losange ou un carré alors il a ses quatre côtés de même longueur.*

12.2.2 Propriétés avec les diagonales

Propriété 70. *Si un parallélogramme a ses diagonales de même longueur, alors c'est un rectangle.*

Propriété 71. *Si un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires, alors c'est un losange.*

Propriété 72. *Si un parallélogramme a ses diagonales de même longueur et perpendiculaires, alors c'est un carré.*

12.2.3 Autres propriétés

Propriété 73. *Si un parallélogramme a un angle droit, alors c'est un rectangle.*

Propriété 74. *Si un parallélogramme a deux côtés consécutifs de même longueur alors c'est un losange.*

Propriété 75. *Si un parallélogramme a un angle droit et deux côtés consécutifs de même longueur alors c'est un carré.*

