Collège Léon Blum

Villepreux

Mathématiques
Classe de Sixième (cycle 3)

LM Le Maux
lise-marie.le-maux@ac-versailles.fr

septembre 2023

Chapitre 1

Nombres entiers et durées

1.1 Lecture et écriture des nombres entiers

Définition 1. Les nombres entiers (appelés aussi nombres entiers naturels) permettent, entre autres, de compter les objets qui nous entourent.
Pour écrire un nombre entier on utilise dix chiffres : 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 et 9.
Chaque chiffre d'un nombre a une valeur qui dépend de son rang (ou position) dans l'écriture : une dizaine est formée de 10 unités ; une centaine est formée de 10 dizaines ; une unité de mille est formée de 10 centaines ; une unité de million est formé de 1 000 unités de mille ; etc.

Exemple 1.
- 942 est un nombre qui s'écrit avec trois chiffres.
- 7 est un nombre qui s'écrit avec un chiffre.
- 65098271843 est un nombre à onze chiffres. Pour en faciliter la lecture, on peut regrouper ses chiffres par classes de trois à partir de la droite.

Classe des milliards			Classe des millions			Classe des milliers			Classe des unités		
centaines	dizaines	unités	centaines	dizaines	unités	centaines	dizaines	unités	centaines	dizaines	unités

On va donc écrire .... et on va lire soixante-cinq-milliards-quatre-vingt-dix-huit-millions-deux-cent-soixante-et-onze-mille-huit-cent-quarante-trois.

Remarque. • Mille est un mot invariable.
• Vingt et cent ne prennent un s au pluriel que s'ils ne sont pas suivis d'un autre adjectif numéral.

1.2 Décompositions

1.2.1 Chiffre de ...

Propriété 1. *Un nombre entier peut se décomposer suivant la valeur de ses chiffres.*

Exemple 2. $7\ 653\ 019 = (7 \times 1\ 000\ 000) + (6 \times 100\ 000) + (5 \times 10\ 000) + (3 \times 1\ 000) + (1 \times 10) + (9 \times 1)$
• 7 est le chiffre des unités de millions.

• 6 est le chiffre des ....
• 5 est le chiffre des ....
• 3 est le chiffre des unités de milliers.
• 1 est le chiffre des dizaines.
• 9 est le chiffre des unités.

1.2.2 Nombre de ...

Remarque. On peut également décomposer un nombre de manière à faire apparaître le nombre de centaines, ou de dizaines, etc.

Exemple 3. • 8 634 = 86 × 100 + 34 donc le nombre de centaines dans 8 634 est 86.
• 450 321 = 45 032 × 10 + 1 donc il y a 45 032 dizaines dans 450 321.
• 93 501 672 = 9 350 × 10 000 + 1 672 donc le nombre de dizaines de milliers dans 93 501 672 est 9 350.

Exemple 4. Une machine conditionne 34 517 vis dans des boîtes pouvant contenir chacune 100 vis. Combien de boîtes pourra-t-elle remplir ?

On cherche le nombre de centaines dans 34 517 : ....

La machine pourra ainsi remplir entièrement .... boîtes et il y aura ...... vis dans la .... boîte.

1.3 Durées

Définition 2. La mesure du temps entre deux instants s'appelle la durée.
L'unité du Système International de mesure du temps est la seconde, notée s.

Remarque. Il existe bien sûr d'autres unités de temps :

1 minute = 60 secondes	1 semaine = 7 jours	1 siècle = 100 années
1 heure = 60 minutes	1 année = 365 jours*	1 millénaire = 1 000 années
1 jour = 24 heures	1 année = 12 mois	1 année = 52 semaines + 1 jour

* Une année compte généralement 365 jours, mais si elle est divisible par 4, on parle d'année bissextile et elle compte alors 366 jours avec le 29 février (sauf si elle est divisible par 100 - donc 2100 ne sera pas bissextile -, sauf si elle divisible par 400 - c'est pourquoi 2000 était bissextile).

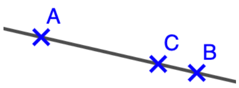
Chapitre 2

Droites perpendiculaires et droites parallèles

2.1 Vocabulaire, notation et définition

2.1.1 Droites et demi-droites

Définition 3. Trois points A, B et C sont alignés lorsqu'on peut tracer une ligne droite passant par ces trois points.

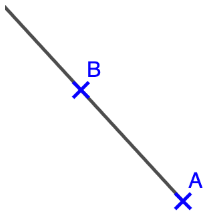


Remarque. On note généralement les points par des lettres majuscules et on les représente par une croix.

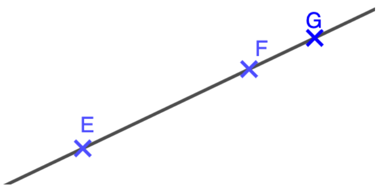
Définition 4. Si A et B sont deux points distincts, la droite (AB) est l'ensemble de tous les points alignés avec A et B.

Remarque. • On la note (AB) ou (BA).
• Une droite est illimitée, elle n'a pas d'extrémités.

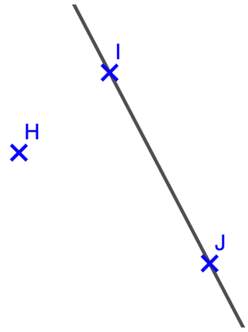
Définition 5. La portion de la droite (AB) délimitée par le point A et qui contient le point B est la demi-droite d'origine A qui passe par B, notée $[AB)$.



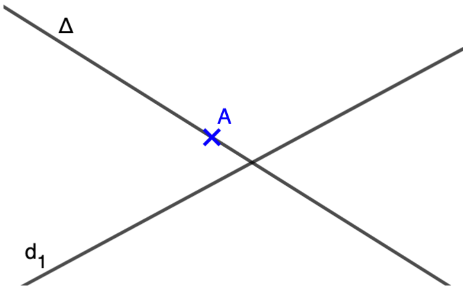
Définition 6. Si trois points E, F, et G sont alignés, on peut dire que le point E appartient à la droite (FG) et on note : $E \in (FG)$.



Définition 7. Si trois points H, I et J ne sont pas alignés, on peut dire que le point H n'appartient pas à la droite (IJ) et on note : $H \notin (IJ)$.

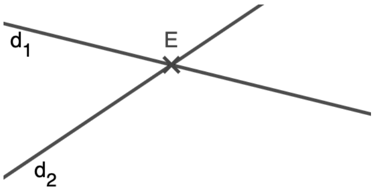


Remarque. On peut aussi désigner une droite par une lettre (le plus souvent en minuscule) ou par la lettre grecque Δ

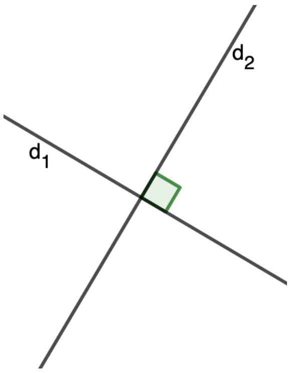


2.1.2 Positions relatives de deux droites

Définition 8. Deux droites sont sécantes si elles possèdent un unique point commun, appelé point d'intersection.

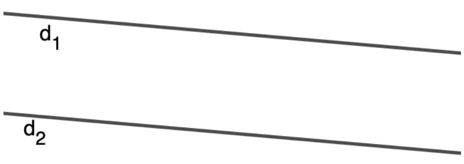


Définition 9. Deux droites sécantes sont perpendiculaires si elles forment un angle droit.



Remarque. On ne code qu'un seul angle droit.

Définition 10. Deux droites qui ne sont pas sécantes s'appellent des droites parallèles.

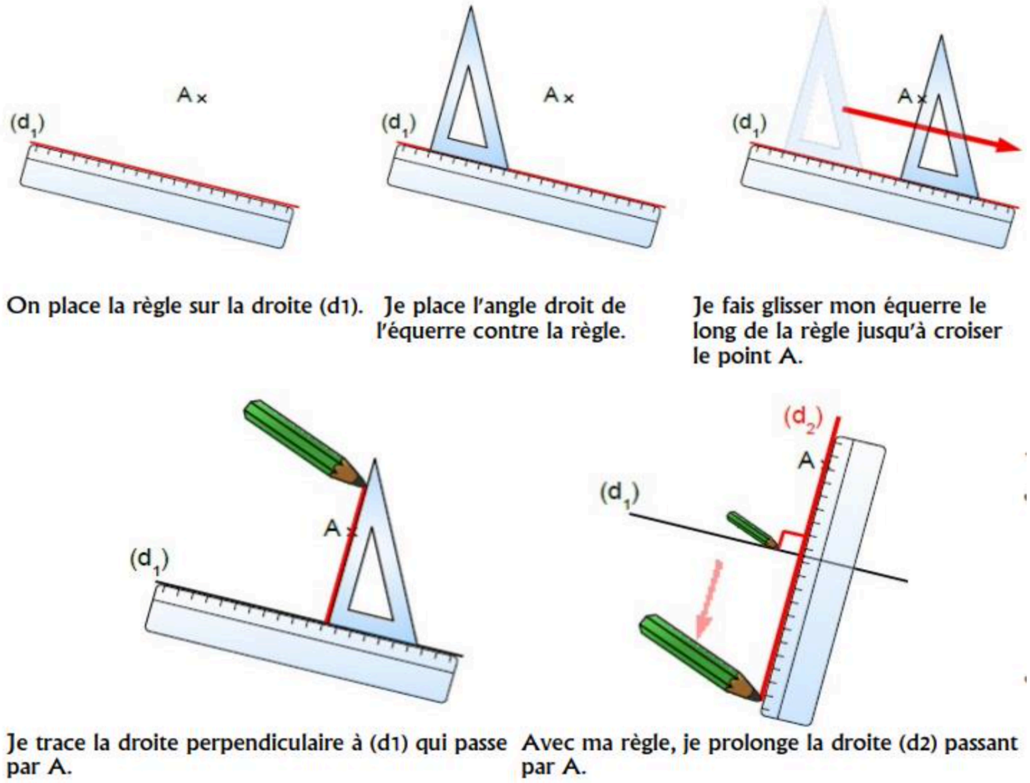


Remarque. Autrement dit, deux droites sont parallèles si elles sont confondues ou si elles n'ont aucun point commun.

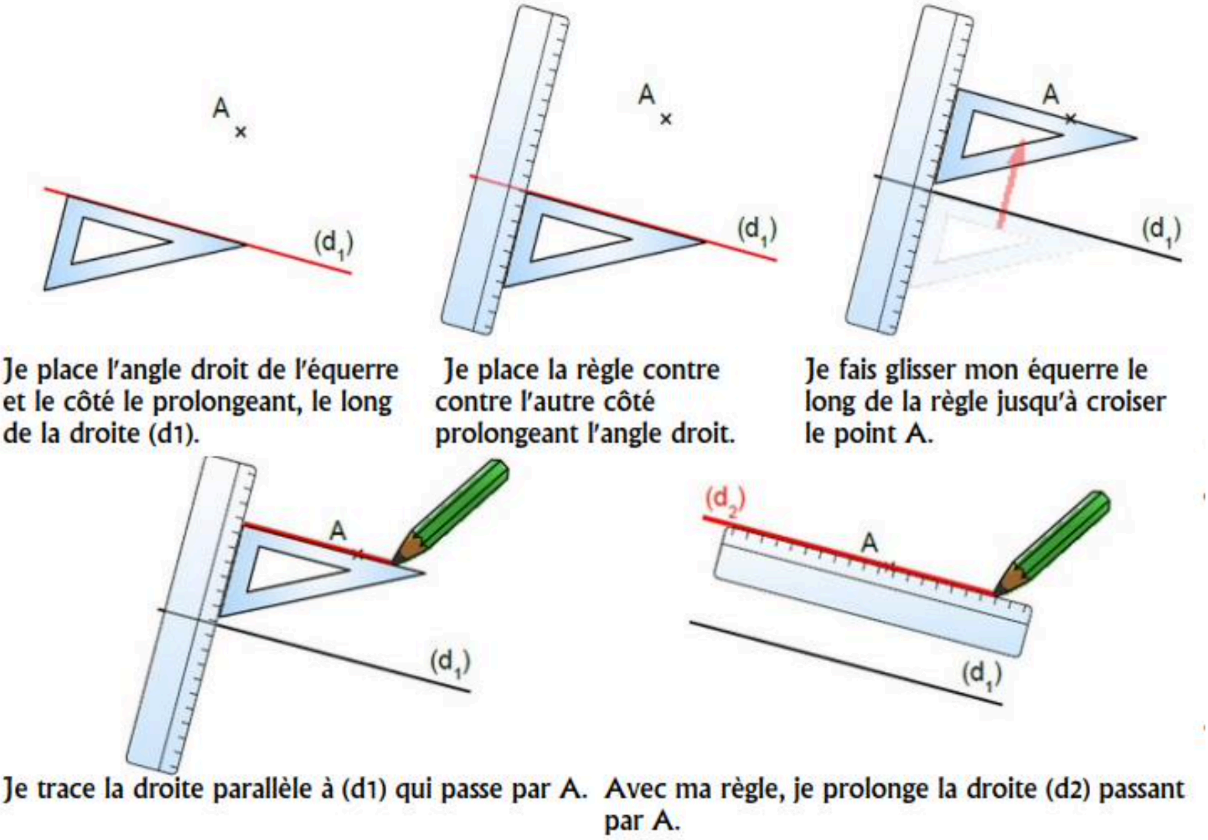
Remarque. Il n'existe pas de codage sur les figures indiquant que deux droites sont parallèles, ce doit être précisé dans l'énoncé.

2.2 Constructions

2.2.1 Construire une droite perpendiculaire à une autre passant par un point donné

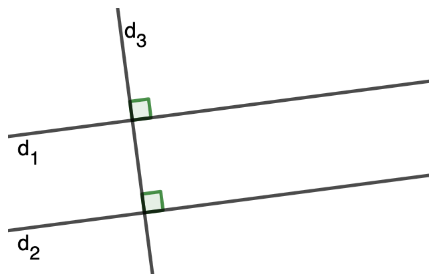


2.2.2 Construire une droite parallèle à une autre passant par un point donné

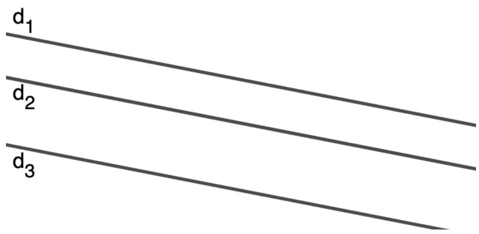


2.3 Propriétés

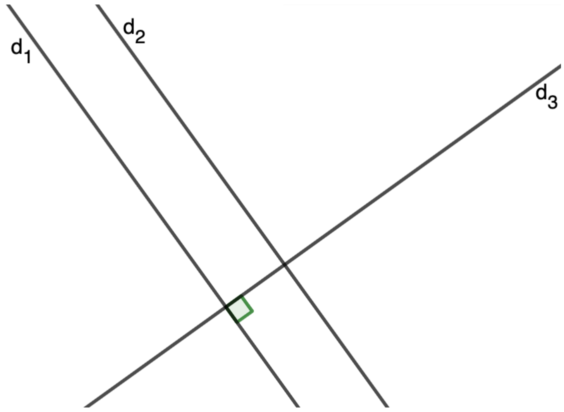
Propriété 2. *(admise) Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième droite, alors ces deux droites sont parallèles.*



Propriété 3. *(admise) Si deux droites sont parallèles, alors toute droite parallèle à l'une est parallèle à l'autre.*



Propriété 4. *(admise) Si deux droites sont parallèles, alors toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.*



Chapitre 3

Calculer avec les nombres entiers

3.1 Addition, soustraction et multiplication

Définition 11. Les termes sont les éléments que l'on additionne.
La somme est le résultat d'une addition.

Exemple 5. Bachir a reçu 45 € de ses grands-parents et il avait déjà 23 €. Quel montant a-t-il ?

$23€ + 45€ = 68€$ Bachir a désormais 68 €.

23 et 45 sont les termes de l'addition. 68 est la somme de 23 et 45.

Propriété 5. *Dans une succession d'additions, on peut changer l'ordre des termes et les regrouper.*

Exemple 6. $17 + 45 + 23 = ...$

Définition 12. Les termes sont les éléments que l'on soustrait.
La différence est le résultat d'une soustraction.

Exemple 7. Nadia, qui avait 96 cartes de collection, en a perdu 8. Combien lui en reste-t-il ?

$96 - 8 = 88$ Nadia a désormais 88 cartes.

96 et 8 sont les termes de la soustraction. 88 est la différence de 96 et de 8.

Définition 13. Les facteurs sont les éléments que l'on multiplie.
Le produit est le résultat d'une multiplication.

Exemple 8. 5 amis assistent à un concert qui coûte 32 € par personne. Quel est le coût total de la sortie ?

$23€ \times 5 = 160€$ La sortie coûte 160 €.

Propriété 6. *Dans une succession de multiplications, on peut changer l'ordre des facteurs et les regrouper.*

Exemple 9. $5 \times 23 \times 2 = ...$

3.2 Priorités opératoires

Propriété 7. *Les calculs entre parenthèses sont prioritaires.*
La multiplication est prioritaire sur les additions et les soustractions.

Exemple 10. $A = 24 - (12 + 5)$ $B = 24 - 12 + 5$

$C = 4 + 3 \times 5$ $\qquad$ $D = (4 + 3) \times 5$ $\qquad$ $E = 4 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3$

3.3 Division euclidienne et critères de divisibilité

Définition 14. Effectuer la division euclidienne d'un nombre entier (appelé dans ce cas le dividende) par un autre nombre entier non nul (appelé le diviseur), c'est trouver deux nombres entiers (le quotient et le reste) tels que :
$dividende = diviseur \times quotient + reste$ avec $reste < diviseur$.

Exemple 11. On veut effectuer la division euclidienne de 33 par 7.
Cela revient à déterminer combien de fois il y a 7 dans 33.
Comme $7 \times 4 = 28$ et $7 \times 5 = 35$, on trouve qu'il y a 4 fois 7 dans 33, et il restera 5.
On peut écrire= $33 = 7 \times 4 + 5$

On peut également poser la division : $\begin{array}{rr|l} - & 3\,3 & 7 \\ \cline{3-3} & 2\,8 & 4 \\ \cline{2-2} & 5 & \end{array}$

Exemple 12. Effectuer la division euclidienne de 246 par 9 :

$$\begin{array}{rr|l} - & 2\,4\,6 & 9 \\ \cline{3-3} & 1\,8 & 2\,7 \\ \cline{2-2} - & 6\,6 & \\ & 6\,3 & \\ \cline{2-2} & 3 & \end{array}$$

Sans les soustractions intermédiaires : $\begin{array}{r|l} 2\,4\,6 & 9 \\ \cline{2-2} 6\,6 & 2\,7 \\ 3 & \end{array}$

Exemple 13. Effectuer la division euclidienne de 10 915 par 106 :

$$\begin{array}{rr|l} - & 1\,0\,9\,1\,5 & 1\,0\,6 \\ \cline{3-3} & 1\,0\,6 & 1\,0\,2 \\ \cline{2-2} - & 3\,1 & \\ & 0 & \\ \cline{2-2} - & 3\,1\,5 & \\ & 2\,1\,2 & \\ \cline{2-2} & 1\,0\,3 & \end{array}$$

Sans les soustractions intermédiaires : $\begin{array}{r|l} 1\,0\,9\,1\,5 & 1\,0\,6 \\ \cline{2-2} 3\,1\,5 & 1\,0\,2 \\ 1\,0\,3 & \end{array}$

Définition 15. On dit qu'un nombre entier a est divisible par un nombre entier b (avec b non nul) lorsque le reste de la division euclidienne de a par b est égal à zéro.

Propriété 8. *Soit n un nombre entier.*
n est divisible par 2 s'il est pair, c'est-à-dire s'il se termine par 0 ; 2 ; 4 ; 6 ou 8.

Exemple 14. 33 et 10 915 ne sont pas divisibles par 2, mais 246 et 106 sont divisibles par 2.

Propriété 9. *Soit n un nombre entier.*
n est divisible par 3 si la somme des chiffres qui le composent est un multiple de 3.

Exemple 15. $2 + 4 + 6 = 12$ et 12 est divisible par 3, donc 246 est divisible par 3.
$1 + 0 + 9 + 1 + 5 = 16$ et 16 n'est pas divisible par 3 donc 10 915 n'est pas divisible par 3.

Propriété 10. *Soit n un nombre entier.*
n est divisible par 5 s'il se termine par 0 ou 5.

Exemple 16. 10 915 est divisible par 5, mais 246 n'est pas divisible par 5.

Propriété 11. *Soit n un nombre entier.*
n est divisible par 9 si la somme des chiffres qui le composent est divisible par 9.

Exemple 17. $2+4+6=12$ et 12 n'est divisible par 9, donc 246 n'est pas divisible par 9.
$2+9+7=18$ et 18 est divisible par 9, donc 297 est divisible par 9.

Propriété 12. *Soit n un nombre entier.*
n est divisible par 10 s'il se termine par 0.

Exemple 18. 8 700 est divisible par 10 mais 107 ne l'est pas.

3.4 Techniques de calcul mental

3.4.1 Ajouter des nombres à deux (ou trois) chiffres

Je commence par utiliser la commutativité de l'addition, en mettant le nombre le plus grand en premier dans l'addition.
Par exemple, si je dois calculer $58+95$, je vais plutôt effectuer $95+58$.

- Méthode 1 :

Je décompose le deuxième nombre, avec le nombre de dizaines, et les unités :
$95+58=95+50+8=145+8=153$

- Méthode 2 :

Je décompose le deuxième nombre, avec le nombre de dizaines juste supérieur, et les unités correspondantes :
$95+58=95+60-2=155-2=153$

- Méthode 3 :

J'additionne les dizaines, puis les unités et enfin j'additionne les deux sommes :
$95+58=(90+50)+(5+8)=140+13=153$

3.4.2 Soustraire des nombres à deux (ou trois) chiffres

- Cas 1 : Les unités et les dizaines du deuxième nombre sont inférieures à celles du premier nombre.

Je soustrais les dizaines ensemble et les unités ensemble :
$549-26=500+(40-20)+(9-6)=523$

- Cas 2 : Les unités du deuxième nombre sont supérieures aux unités du premier nombre.

Je soustrais en élevant le deuxième nombre à la centaine supérieure. J'ajoute ensuite au résultat ce que j'ai ajouté au deuxième nombre :
Par exemple, pour effectuer $352-287$, je regarde combien il manque à 287 pour arriver à 300 (la centaine supérieure) : c'est 13. Ensuite j'effectue $352-300$, ce qui fait 52, et enfin j'additionne $13+52$.
Ainsi $352-287=65$.

3.4.3 Retrouver les résultats des tables de 6 à 10 avec les mains

3.4.4 Multiplier par un nombre terminé par zéro

Pour multiplier un nombre terminé par 0, je multiplie seulement son nombre de dizaines.

Exemple 19. 70 est 7 dizaines. Pour effectuer 70×6, j'effectue 7×6 qui vaut 42. 70×6 est donc égal à 42 dizaines, donc $70 \times 6 = 420$.

3.4.5 Multiplier un nombre à deux chiffres par un multiplicateur à un chiffre

Je multiplie des dizaines par le multiplicateur et je multiplie les unités par le multiplicateur puis j'additionne les deux résultats.

Exemple 20. $67 \times 9 = 60 \times 9 + 7 \times 9 = 540 + 63 = 603$

3.4.6 Multiplier et diviser par 4 ou par 8

Pour multiplier par 4, je multiplie par 2, puis je remultiplie par 2.
Pour diviser par 4, je prends la moitié de la moitié.

Pour multiplier par 8, je multiplie par 2, puis par 2, et une dernière fois par 2.
Pour diviser par 8, je prends la moitié de la moitié de la moitié.

Exemple 21. $36 \times 8 = 72 \times 4 = 144 \times 2 = 288$
$184 : 8 = 92 : 4 = 46 : 2 = 23$

3.4.7 Multiplier et diviser par 5

Pour multiplier par 5, je peux soit utiliser la méthode de la partie 3.4.5, soit multiplier par 10 et diviser par 2.

Exemple 22. $67 \times 5 = 670 : 2 = 335$

Pour diviser par 5, je peux multiplier par 2 et diviser par 10.

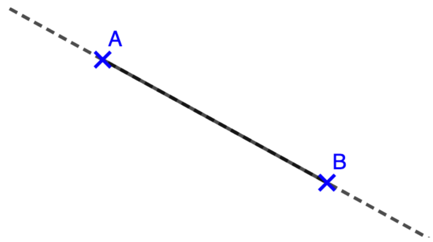
Exemple 23. $895 : 5 = 1790 : 10 = 179$

Chapitre 4

Distances

4.1 Distance entre deux points

Définition 16. Un segment est la portion d'une droite comprise entre deux de ses points A et B, appelés extrémités du segment.
On le note $[AB]$ ou $[BA]$.

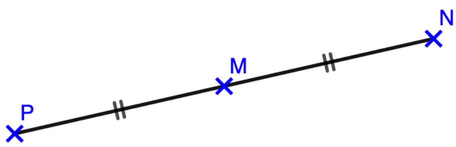


Définition 17. Une unité de longueur étant choisie, la mesure de la longueur d'un segment est le nombre d'unités nécessaires pour aller d'une extrémité à l'autre.

Définition 18. L'unité usuelle (du Système International) pour les longueurs est le mètre, noté m. Le décimètre (noté dm), le centimètre (noté cm) et le millimètre (noté mm) sont les unités de longueurs qui correspondent respectivement à un dixième, un centième et un millième de mètre.
On a $1\ m = 10\ dm = 100\ cm = 1\ 000\ mm$

Définition 19. La distance entre deux points A et B est la longueur du plus court chemin qui relie A à B : c'est la longueur du segment $[AB]$. On la note AB.

Définition 20. Le milieu d'un segment $[PN]$ est le point M du segment situé à égale distance de ses extrémités P et N.

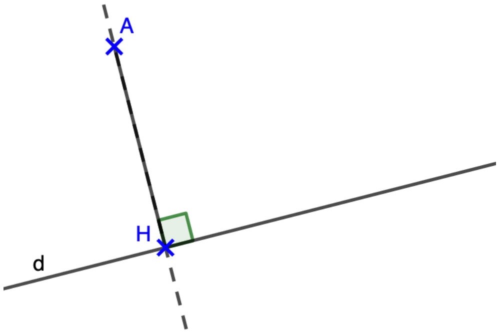


Remarque. • Si M est le milieu du segment $[PN]$, on a alors : $M \in [PN]$ et $PM = MN$.
• On indique sur la figure que la point M est le milieu du segment $[PN]$ par un codage identique des segments $[PM]$ et $[MN]$.

4.2 Distance entre un point et une droite

Définition 21. La distance entre un point et une droite est la longueur du plus court chemin qui relie ce point à cette droite.

Propriété 13. *La distance d'un point A à une droite (d) est la longueur du segment $[AH]$ où H est le pied de la perpendiculaire à (d) passant par A.*



Chapitre 5

Fractions : partage et égalité

5.1 Vocabulaire

Définition 22. Lorsqu'on partage une unité en parts égales et qu'on prend une ou plusieurs de ces parts, on obtient une fraction de l'unité.

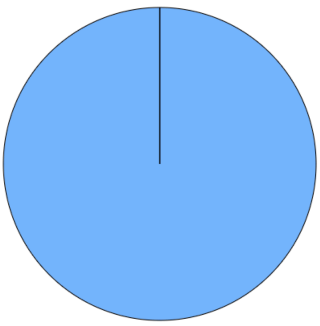
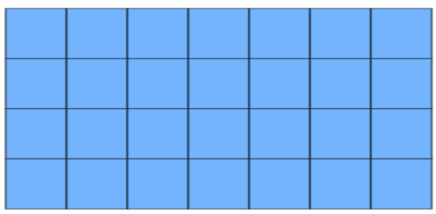
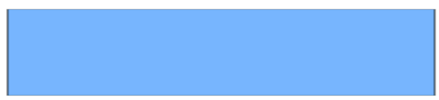
Définition 23. Soient n et d sont deux nombres entiers.

La fraction $\frac{1}{d}$ est le résultat du partage d'une unité en d parts égales (avec d différent de zéro).

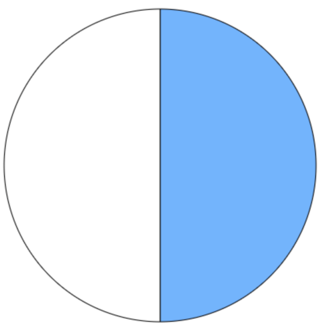
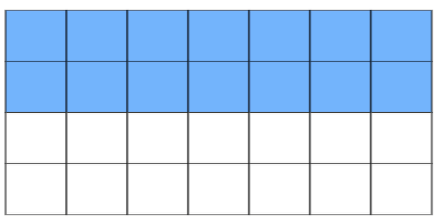
La fraction $\frac{n}{d}$ correspond à n parts d'une unité partagée en d parts égales (avec toujours d différent de zéro).

Exemple 24. On va principalement utiliser trois modèles : la pizza (disque), la tablette de chocolat (quadrillage) et la bande (ou un simple axe).

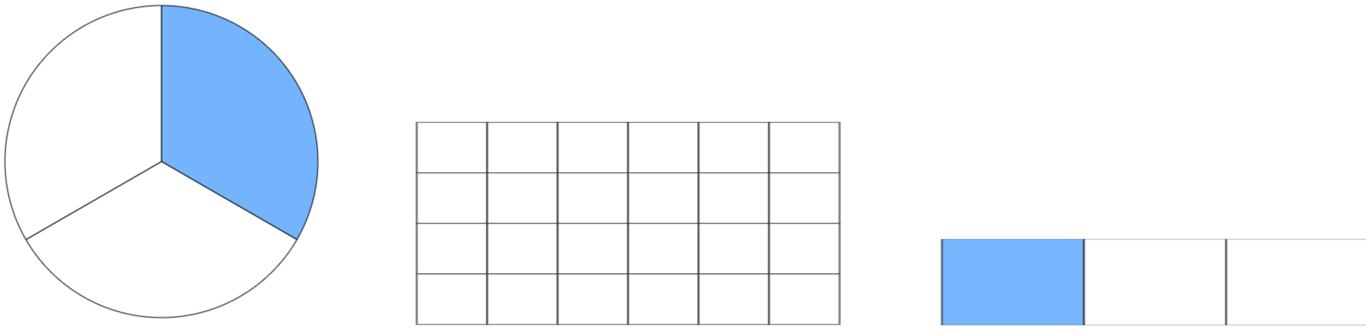
- L'unité

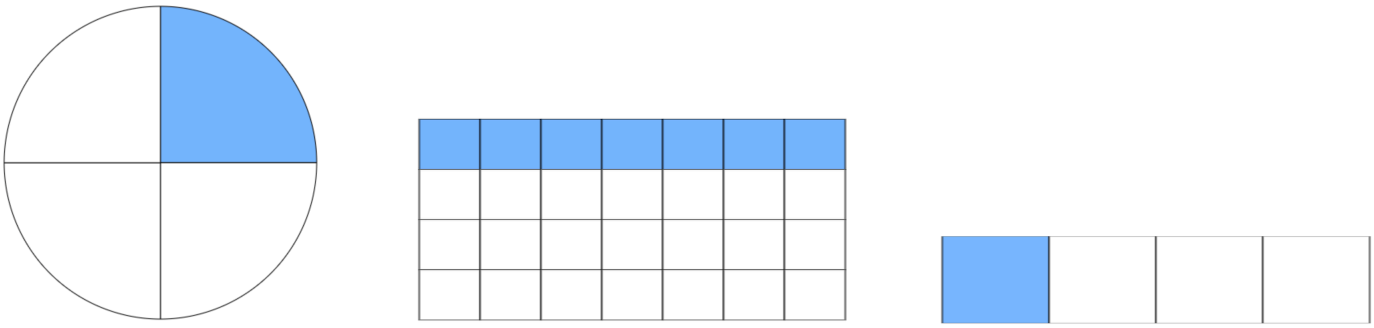
- Une unité partagée en deux parts égales s'écrit $\frac{1}{2}$ et se lit « un demi ».


- Une unité partagée en trois parts égales s'écrit $\frac{1}{3}$ et se lit « un tiers ».



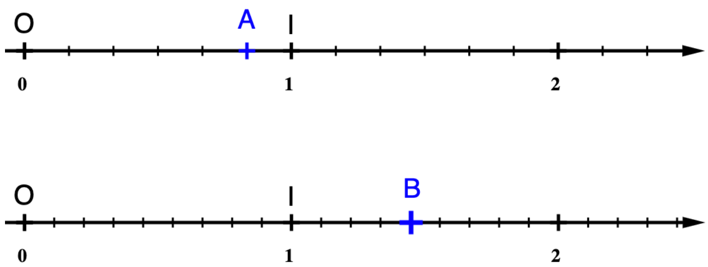
- Une unité partagée en quatre parts égales s'écrit $\frac{1}{4}$ et se lit « un quart ».



Définition 24. Dans la fraction $\frac{n}{d}$, où n et d sont deux nombres entiers (avec d différent de zéro), n s'appelle le numérateur et d le dénominateur.

Définition 25. On peut placer un point sur une demi-droite graduée à l'aide d'une fraction appelée abscisse du point.

Méthode :
Pour placer la fraction $\frac{n}{d}$ sur une demi-droite graduée, on partage l'unité en d segments de même longueur puis on reporte n fois cette longueur à partir de zéro.

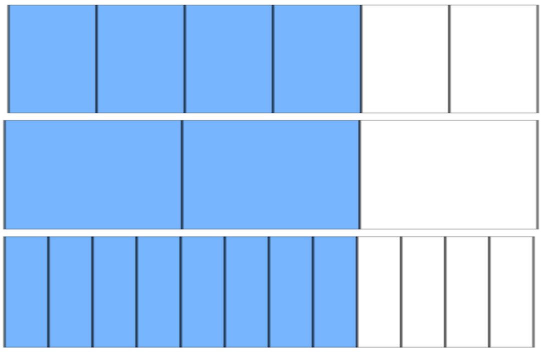


5.2 Fractions égales

Propriété 14. *Si on multiplie ou on divise le numérateur et le dénominateur d'une fraction par un même nombre non nul, alors on obtient une fraction qui lui est égale.*

Si n, d et k sont trois nombres entiers avec d et k non nuls, alors : $\frac{n}{d} = \frac{n \times k}{d \times k}$

Exemple 25.

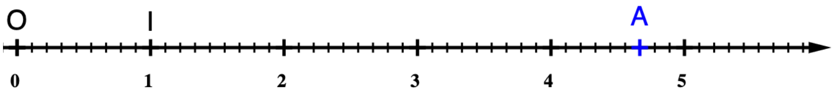


5.3 Encadrer à l'unité

Définition 26. Encadrer à l'unité une fraction, c'est donner le plus grand nombre entier qui lui est inférieur et le plus petit nombre entier qui lui est supérieur.

Exemple 26. Donner un encadrement à l'unité de $\dfrac{42}{9}$.

On peut placer $\dfrac{42}{9}$ sur une demi-droite graduée pour visualiser :



On a donc $4 < \dfrac{42}{9} < 5$

Exemple 27. Donner un encadrement à l'unité de $\dfrac{8}{11}$.

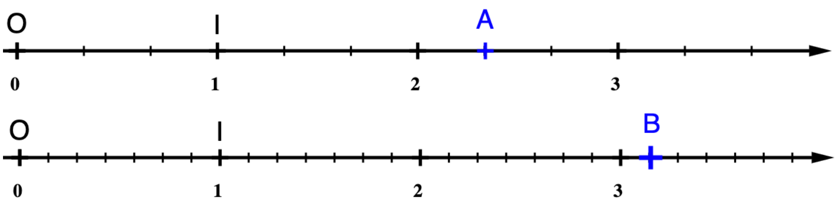
$8 < 11$ donc $0 < \dfrac{8}{11} < 1$.

Remarque. Si n et d sont deux nombres entiers avec $n < d$, alors : $\dfrac{n}{d} < 1$.
Inversement, si n et d sont deux nombres entiers avec $n > d$, alors : $\dfrac{n}{d} > 1$.

5.4 Ordonner des fractions

Propriété 15. *Pour comparer deux fractions, on peut :*
- *si elles ont le même dénominateur, comparer leurs numérateurs*
- *les comparer à un nombre entier*

Exemple 28. Comparer $\dfrac{7}{3}$ et $\dfrac{22}{7}$.



$2 < \dfrac{7}{3} < 3$

$3 < \dfrac{22}{7} < 4$

donc $\dfrac{7}{3} < \dfrac{22}{7}$

Exemple 29. Comparer $\dfrac{34}{11}$ et $\dfrac{27}{11}$. $27 < 34$ donc $\dfrac{27}{11} < \dfrac{34}{11}$

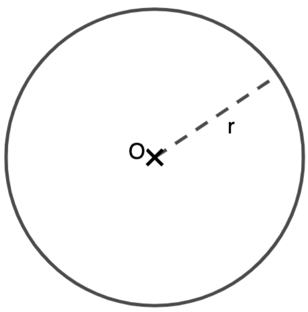
Exemple 30. Comparer $\dfrac{6}{7}$ et $\dfrac{9}{8}$. $6 < 7$ donc $\dfrac{6}{7} < 1$ et $9 > 8$ donc $\dfrac{9}{8} > 1$ donc $\dfrac{6}{7} < \dfrac{9}{8}$.

Chapitre 6

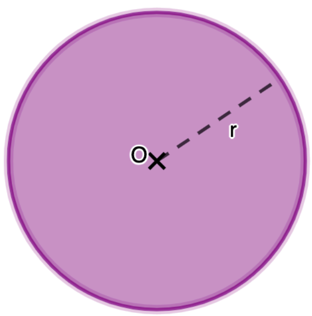
Cercles et polygones

6.1 Cercle

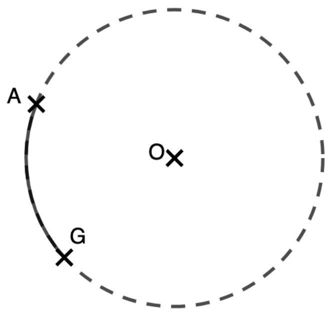
Définition 27. Le cercle de centre O et de rayon r est l'ensemble des points situés à une distance r du point O. Cette distance r est appelée rayon du cercle.



Définition 28. Le disque de centre O et de rayon r est l'ensemble des points situés à une distance inférieure ou égale r du point O.

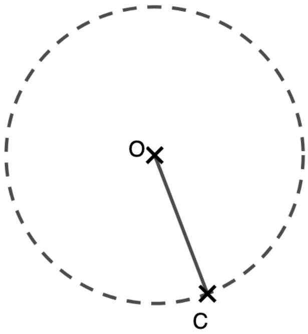


Définition 29. Un arc de cercle est une partie d'un cercle reliant deux points du cercle.



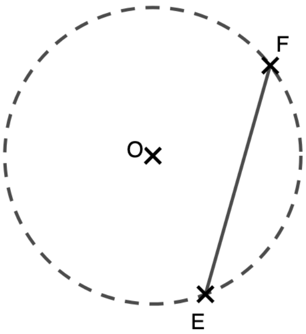
arc de cercle $\overset{\frown}{AG}$

Définition 30. Un rayon d'un cercle est aussi un segment qui relie le centre du cercle à un point du cercle.



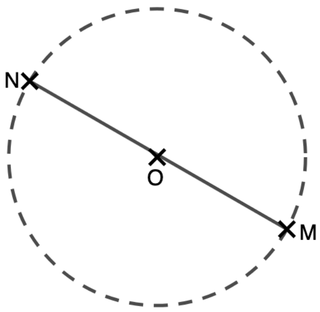
rayon $[OC]$

Définition 31. Une corde est un segment qui relie deux points du cercle.



corde $[EF]$

Définition 32. Un diamètre est une corde passant par le centre du cercle.
Le mot diamètre désigne aussi la longueur de cette corde.



diamètre $[MN]$

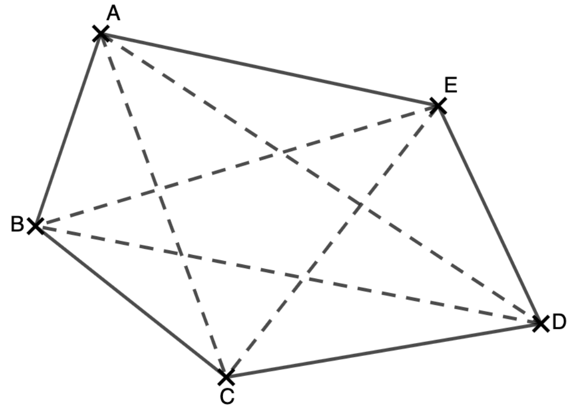
6.2 Polygone

Définition 33. Un polygone est une ligne fermée constituée de segments appelés côtés.

Définition 34. Un sommet de polygone est l'extrémité commune de deux côtés consécutifs du polygone.

Remarque. Pour nommer un polygone, on nomme les différents sommets en suivant un chemin passant par ses sommets consécutifs.

Définition 35. Une diagonale de polygone est un segment qui relie deux sommets non consécutifs du polygone.



Nom du polygone : $ABCDE$ (ou $DEABC$ ou $CDEAB$ ou $AEDCB$ ou ...)

Sommets : A, B, C, D et E

Côtés : $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$, $[DE]$ et $[EA]$

Diagonales : $[AC]$, $[AD]$, $[BD]$, $[BE]$ et $[CE]$

Définition 36. Un polygone ayant trois côtés s'appelle un triangle.

Définition 37. Un polygone ayant quatre côtés s'appelle un quadrilatère.

Définition 38. Un polygone ayant cinq côtés s'appelle un pentagone.

Définition 39. Un polygone ayant six côtés s'appelle un hexagone.

Définition 40. Un polygone ayant huit côtés s'appelle un octogone.

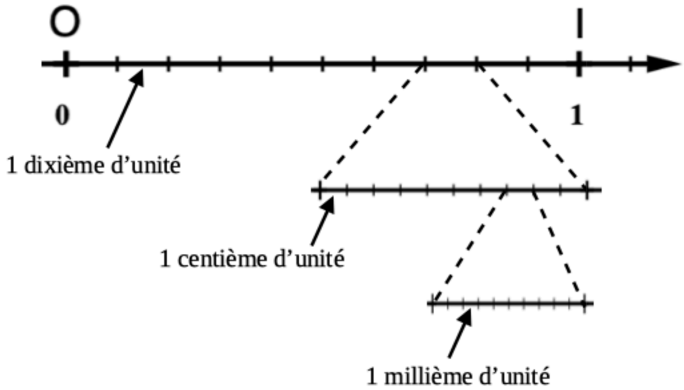
Chapitre 7

Fractions décimales

7.1 Définition

Définition 41.

• Lorsque l'on partage l'unité en dix parts égales, on obtient dix dixièmes.
• Lorsque l'on partage chaque dixième de l'unité en dix parts égales, l'unité est partagée en cent parts égales, et on obtient cent centièmes.
• En poursuivant ainsi les partages en dix, on obtient des millièmes, des dix-millièmes, ...



Définition 42. Une fraction dont le dénominateur est 10, 100, 1 000 est appelée une fraction décimale.

Exemple 31. $\dfrac{3}{10}$ se lit trois dixièmes $\qquad$ $\dfrac{45}{1\ 000}$ se lit quarante-cinq millièmes
$\dfrac{8}{10\ 000}$ se lit huit dix-millièmes

Propriété 16. *Une fraction décimale admet plusieurs écritures.*

Exemple 32. $\dfrac{1}{10} = \dfrac{10}{100}$ $\qquad$ $\dfrac{1}{100} = \dfrac{10}{1\ 000}$ $\qquad$ $1 = \dfrac{10}{10} = \dfrac{100}{100} = \dfrac{1\ 000}{1\ 000}$ $\qquad$ $\dfrac{25}{100} = \dfrac{250}{1\ 000}$

7.2 Addition de fractions décimales

Propriété 17. *Pour additionner deux fractions, il faut qu'elles aient le même dénominateur. Il suffit alors d'additionner les numérateurs et de conserver leur dénominateur commun.*

Exemple 33. $\dfrac{8}{10} + \dfrac{9}{10} = \dfrac{17}{10}$ $\qquad$ $\dfrac{7}{100} + \dfrac{45}{100} = \dfrac{52}{100}$

$\dfrac{2}{10} + \dfrac{3}{100} = \dfrac{20}{100} + \dfrac{3}{100} = \dfrac{23}{100}$

Propriété 18. *Toute fraction décimale peut s'écrire comme la somme d'un nombre entier et d'une fraction décimale inférieure à 1. Une fraction décimale peut se décomposer en unités, dixièmes, centièmes, millièmes, ...*

Exemple 34. $\frac{74\ 235}{1\ 000} = \frac{74\ 000}{1\ 000} + \frac{235}{1\ 000} = 74 + \frac{200}{1\ 000} + \frac{30}{1\ 000} + \frac{5}{1\ 000} = 74 + \frac{2}{10} + \frac{3}{100} + \frac{5}{1\ 000}$

$\frac{74\ 235}{1\ 000}$ est donc égale à 74 unités, 2 dixièmes, 3 centièmes et 5 millièmes.

7.3 Ecriture décimale

Définition 43. Un nombre décimal est un nombre qui peut s'écrire sous la forme d'une fraction décimale.

Propriété 19. *Toute nombre décimal peut donc s'écrire comme la somme d'un nombre entier et d'une fraction décimale inférieure à 1.*

Définition 44. Quand on écrit un nombre décimal sous la forme de la somme d'un nombre entier et d'une fraction décimale inférieure à 1, on appelle le nombre entier la partie entière et la fraction décimale inférieure à 1 la partie décimale.

Définition 45. L'écriture d'un nombre décimal avec une virgule est appelée écriture décimale.

Propriété 20. *Dans une écriture décimale, la valeur d'un chiffre dépend de sa position dans le nombre.*

Pour obtenir l'écriture décimale d'un nombre, on peut utiliser un tableau de numération. La virgule sert à séparer la partie entière de la partie décimale, elle est donc positionnée entre les colonnes des unités et des dixièmes.

dizaines de mille	unités de mille	centaines	dizaines	unités	dixièmes $\frac{1}{10}$	centièmes $\frac{1}{100}$	millièmes $\frac{1}{1\ 000}$	dix-millième $\frac{1}{10\ 000}$

Exemple 35. $\frac{74\ 235}{1\ 000} = 74 + \frac{2}{10} + \frac{3}{100} + \frac{5}{1\ 000}$
donc $\frac{74\ 235}{1\ 000}$ est donc égale à 74 unités, 2 dixièmes, 3 centièmes et 5 millièmes
et on peut donc écrire $\frac{74\ 235}{1\ 000} = 74,235$

Exemple 36. Le nombre $9\ 625,704$ peut se lire « neuf-mille-six-cent-vingt-cinq virgule sept-cent-quatre » ou « neuf-mille-six-cent-vingt-cinq et sept-cent-quatre millièmes »
car $9\ 625,704 = 9\ 625 + \frac{7}{10} + \frac{4}{1\ 000}$

Dans le nombre $9\ 625,704$, on peut dire : 2 est le chiffre des dizaines ; 7 est le chiffre des dixièmes ; 0 est le chiffre des centièmes ; 4 est le chiffre des millièmes.

Mais on peut aussi écrire $9\ 625,704 = \dfrac{9\ 625\ 704}{1\ 000}$ et dire que le nombre de millièmes dans $9\ 625,704$ est 9 625 704.

Remarque. Un nombre entier est un nombre décimal (sa partie décimale est égale à zéro).

Exemple 37. 7 est un nombre décimal car $7 = \dfrac{70}{10}$

7.4 Multiplier et diviser par 10 ; 100 et 1 000

7.4.1 Multiplier par 10 ; 100 et 1 000

Propriété 21. *Une dizaine comprenant dix unités, quand on mutliplie un nombre par 10, le chiffre des unités devient le chiffre des dizaines (et les autres chiffres du nombre glissent de la même façon). De même, quand on multiplie un nombre par 100, le chiffre des unités devient le chiffre des centaines. Et quand on multiplie un nombre par 1 000, le chiffre des unités devient le chiffre des unités de mille.*

Remarque. On dit souvent : « Pour multiplier par 10, on décale la virgule d'un rang vers la droite. »
« Pour multiplier par 100, on décale la virgule de deux rangs vers la droite. »
« Pour multiplier par 1 000, on décale la virgule de trois rangs vers la droite. »

Exemple 38. $67,32 \times 10 =$ $98 \times 100 =$ $2,01 \times 1\ 000 =$

7.4.2 Diviser par 10 ; 100 et 1 000

Propriété 22. *Une unité comprenant dix dixièmes, quand on divise un nombre par 10, le chiffre des unités devient le chiffre des dixièmes (et les autres chiffres du nombre glissent de la même façon). De même, quand on divise un nombre par 100, le chiffre des unités devient le chiffre des centièmes. Et quand on divise un nombre par 1 000, le chiffre des unités devient le chiffre des millièmes.*

Remarque. On dit souvent : « Pour diviser par 10, on décale la virgule d'un rang vers la gauche. »
« Pour diviser par 100, on décale la virgule de deux rangs vers la gauche. »
« Pour diviser par 1 000, on décale la virgule de trois rangs vers la gauche. »

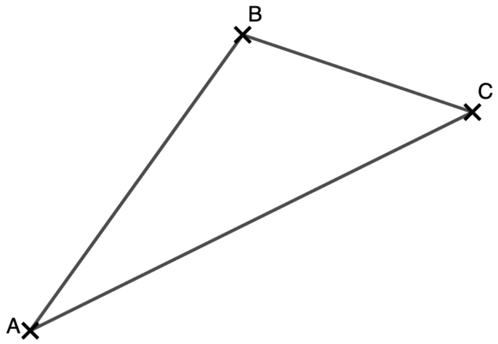
Exemple 39. $654,78 : 10 =$ $2,504 : 1\ 000 =$ $0,5 : 100 =$

Chapitre 8

Polygones particuliers

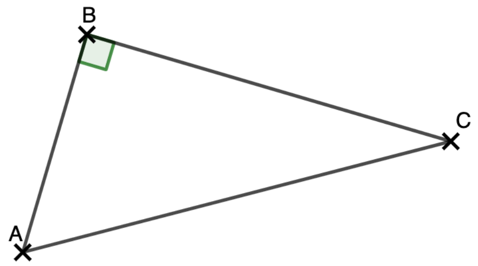
8.1 Triangles

Définition 46. Un triangle est un polygone à trois côtés.



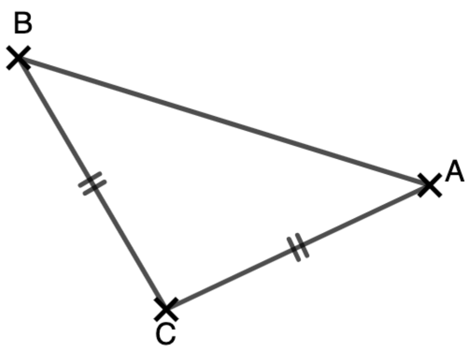
Nom : ABC (par exemple)
Sommets : A, B et C
Côtés : $[AB]$, $[AC]$ et $[BC]$

Définition 47. Un triangle rectangle est un triangle qui a un angle droit.



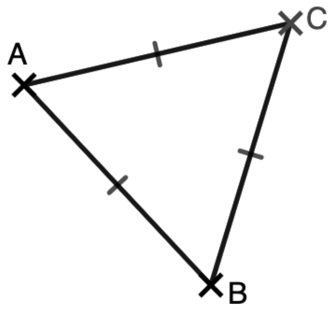
ABC est un triangle rectangle en B.
$(AB) \perp (BC)$

Définition 48. Un triangle isocèle est un triangle qui a deux côtés de même longueur.



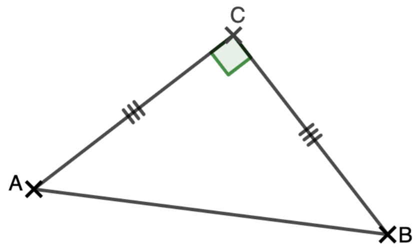
ABC est un triangle isocèle en C.
$AC = BC$

Définition 49. Un triangle équilatéral est un triangle dont tous les côtés ont la même longueur.



ABC est un triangle équilatéral.
$AC = BC = AB$

Remarque. Un triangle équilatéral est un triangle isocèle particulier et un triangle rectangle peut être isocèle.



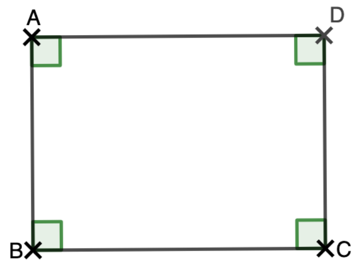
ABC est un triangle rectangle et isocèle en C.

Remarque. Donner la nature d'un triangle, c'est préciser s'il est rectangle, isocèle ou équilatéral, et il faut absolument préciser en quel point se produit la singularité. Par exemple, on ne dit pas juste que ABC est un triangle isocèle, mais que ABC est un triangle isocèle en A

8.2 Quadrilatères

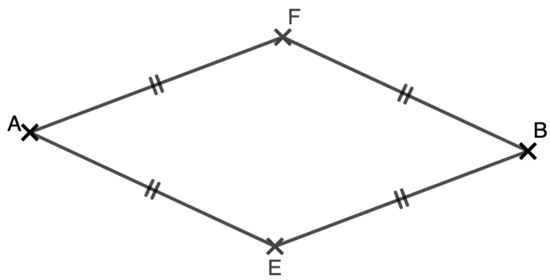
Définition 50. Un quadrilatère est un polygone à quatre côtés.

Définition 51. Un rectangle est un quadrilatère ayant ses quatre angles droits.



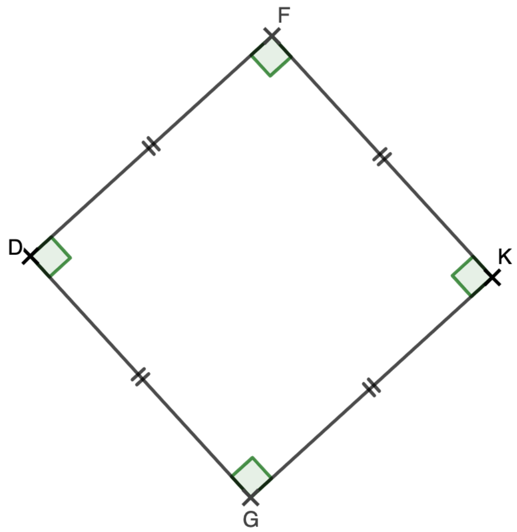
$ABCD$ est un rectangle.
Ses quatre angles sont droits.

Définition 52. Un losange est un quadrilatère dont les quatre côtés ont la même longueur.



$AEBF$ est un losange.
$AE = EB = BF = FA$

Définition 53. Un carré est un quadrilatère ayant ses quatre angles droits et ses quatre côtés de même longueur.



$FDGK$ est un carré.
$FD = DG = GK = KF$ et les quatre angles sont droits.

Remarque. Un carré est à la fois un rectangle et un losange.

Chapitre 9

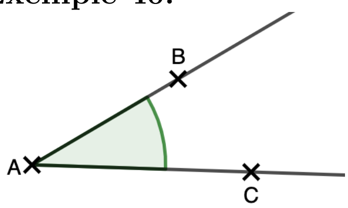
Angles : nommer et comparer

9.1 Vocabulaire et notation

Définition 54. Un angle est la portion de plan comprise entre deux demi-droites de même origine, appelée sommet de l'angle. Les deux demi-droites sont les côtés de l'angle.

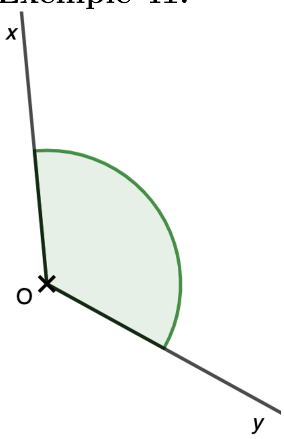
Notation :
On note le nom de l'angle avec trois lettres surmontées d'un chapeau ; la deuxième lettre correspond toujours au sommet de l'angle.

Exemple 40.



L'angle se nomme $\widehat{BAC}$ ou $\widehat{CAB}$.
Le sommet de l'angle est le point A.
Les deux côtés de l'angle sont $[AB)$ et $[AC)$.

Exemple 41.



L'angle se nomme $\widehat{xOy}$ ou $\widehat{yOx}$.
Le sommet de l'angle est le point O.
Les deux côtés de l'angle sont $[Ox)$ et $[Oy)$.

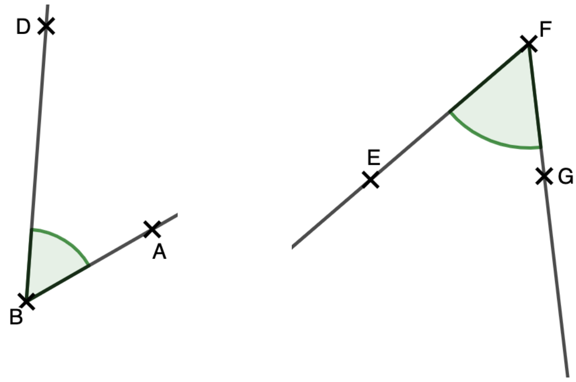
9.2 Comparer des angles

Définition 55. Deux angles sont dits superposables lorsqu'en faisant coïncider leurs sommets, leurs côtés se superposent.

Définition 56. Lorsque deux angles sont superposables, on dit qu'ils sont égaux.
Sinon, c'est que l'un est plus « ouvert » que l'autre : plus l'ouverture est grande, plus l'angle est grand.

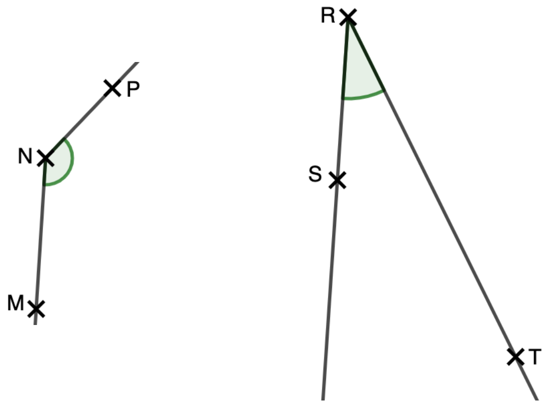
Remarque. L'ouverture ne change pas si on prolonge les droites.

Exemple 42.



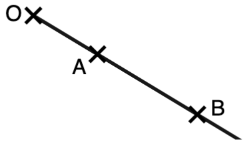
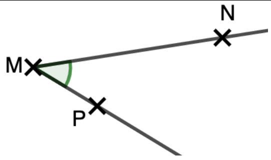
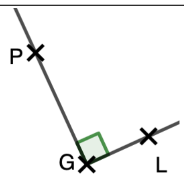
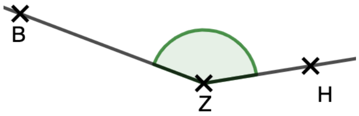
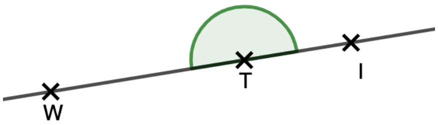
Les deux angles $\widehat{ABD}$ et $\widehat{EFG}$ sont égaux, on note $\widehat{ABD} = \widehat{EFG}$

Exemple 43.



L'angle $\widehat{MNP}$ est plus grand que l'angle $\widehat{SRT}$.

9.2.1 Angles particuliers

Nature	Exemple	Notation	Propriétés
Angle nul		$\widehat{AOB}$	Les trois points O, A, et B sont alignés avec $O \notin [AB]$
Angle aigu		$\widehat{NMP}$	L'angle est plus petit qu'un angle droit.
Angle droit		$\widehat{PGL}$	L'angle est droit, c'est la moitié de l'angle plat.
Angle obtus		$\widehat{BZH}$	L'angle est plus grand qu'un angle droit.
Angle plat		$\widehat{ITW}$	Les trois points I, T, et W sont alignés avec $T \in [IW]$

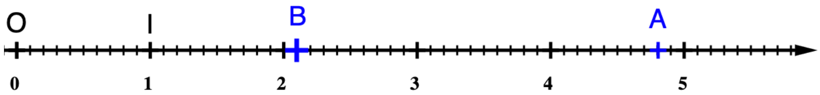
Chapitre 10

Nombres décimaux : repérer, comparer, additionner et soustraire

10.1 Repérer et comparer

Définition 57. Pour graduer une demi-droite, on reporte plusieurs fois une unité de longueur à partir de l'origine de la demi-droite.
Chaque point de cette demi-droite graduée est repéré par un nombre, appelé abscisse.

Exemple 44.



Le point A a pour abscisse $4 + \dfrac{8}{10}$ soit 4,8. On note $A(4,8)$.

Le point B a pour abscisse $2 + \dfrac{1}{10}$ soit 2,1. On note $B(2,1)$.

Définition 58. Comparer deux nombres, c'est dire s'ils sont égaux ou si l'un est inférieur à l'autre.

Méthode 1 :

Lorsque l'on parcourt une demi-droite graduée dans le sens de la flèche, le plus petit de deux nombres est celui que l'on rencontre en premier.

Exemple 45. Comparer 5,34 et 5,7.

5,34 est inférieur à 5,7 : on note $5,34 < 5,7$
On peut écrire aussi que 5,7 est supérieur à 5,34 et noter : $5,7 > 5,34$

Méthode 2 :

Pour comparer deux nombres décimaux :
• on compare leurs parties entières ;
• si elles sont les mêmes, on compare :
•• leurs chiffres des dixièmes,
•• s'ils sont les mêmes, leurs chiffres des centièmes et ainsi de suite.

Exemples :
$5,56 < 7,9$ car $5 < 7$
$6,34 < 6,5$ car $3 < 5$
$12,783 < 12,79$ car $8 < 9$
$3,25 < 3,258$ car $3,25 = 3,250$ et $0 < 8$

Définition 59. Ranger des nombres dans l'ordre croissant, c'est les écrire du plus petit au plus grand.
Ranger des nombres dans l'ordre décroissant, c'est les écrire du plus grand au plus petit.

Exemple 46. $6,34 < 6,6 < 6,98$ dans l'ordre croissant.
$5,9 > 5,65 > 5,2 > 5,02$ dans l'ordre décroissant.

Définition 60. Encadrer un nombre, c'est trouver un nombre plus petit et un nombre plus grand. La différence entre ces deux nombres est l'amplitude de l'encadrement.

Exemple 47. $20 < 25,6 < 30$ est un encadrement d'amplitude 10 du nombre 25,6.

Exemple 48.

Encadrement de 6,794	Amplitude	Valeur approchée par défaut de 6,794	Valeur approchée par excès de 6,794
$6 < 6,794 < 7$	1	6 est la valeur approchée à l'unité près par défaut de 6,794	7 est la valeur approchée à l'unité près par excès de 6,794
$6,7 < 6,794 < 6,8$	$0,1$	6,7 est la valeur approchée au dixième près par défaut de 6,794	6,8 est la valeur approchée au dixième près par excès de 6,794
$6,79 < 6,794 < 6,80$	$0,01$	6,79 est la valeur approchée au centième près par défaut de 6,794	6,80 est la valeur approchée au centième près par excès de 6,794

Remarque. Quand il est demandé une valeur approchée au centième près par défaut (ou par excès), il est attendu que la réponse soit écrite jusqu'au chiffre des centièmes. C'est pour cela que dans l'exemple précédent, la valeur approchée de 6,794 au centième par excès est 6,80 et non 6,8 (qui laisserait supposer qu'on a donné la valeur approchée au dixième près par excès).

Définition 61. Intercaler un nombre entre deux nombres donnés, c'est trouver un nombre qui soit compris entre ces deux nombres.

Exemple 49. Intercaler un nombre entre 65,7 et 65,76.
On peut intercaler 65,72 par exemple (il y a une infinité de possibilités) et on écrit :
$65,7 < 65,72 < 65,76$.

10.2 Additionner et soustraire

Rappels :
• Une somme est le résultat d'une addition et chaque nombre que l'on additionne est un terme de la somme.
• Une différence est le résultat d'une soustraction et chaque nombre de la soustraction est un terme de la soustraction.
• Pour calculer une somme, on peut modifier l'ordre des termes et des regrouper.

Méthode :
Pour additionner ou soustraire des nombres décimaux, on peut :
• soit exprimer leurs parties décimales en fractions de même dénominateur ;
• soit effectuer les opérations sur les chiffres de même rang : lorsque l'on pose une dadition ou une soustraction, il faut veiller à aligner les virgules, disposer les chiffres de même rang les uns sous les autres et commencer les calculs par la droite.

Exemple 50. Calculer la somme de 10,6 et de 1,45.

$10,6 = 10 + \dfrac{60}{100}$ et $1,45 = 1 + \dfrac{45}{100}$

donc $10,6 + 1,45 = 11 + \dfrac{105}{100} = 12 + \dfrac{5}{100}$

donc $10,6 + 1,45 = 12,05$

$$\begin{array}{r} {}^{1} \\ 1\,0{,}6 \\ +\quad 1{,}4\,5 \\ \hline 1\,2{,}0\,5 \end{array}$$

Exemple 51. Calculer la différence de 15,967 et de 7,816.

$15,967 = 15 + \dfrac{967}{1\ 000}$ et $7,816 = 7 + \dfrac{816}{1\ 000}$

Or $967 - 816 = 151$

donc $15,967 - 7,816 = 8 + \dfrac{151}{1\ 000} = 8,151$

$$\begin{array}{r} 1\,5{,}9\,6\,7 \\ -\quad 7{,}8\,1\,6 \\ \hline 8{,}1\,5\,1 \end{array}$$

Exemple 52. Calculer la différence de 45,31 et de 21,96.

$$\begin{array}{r} 4\,5{,}3\,1 \\ -\quad 2\,1{,}9\,6 \\ \hline 2\,3{,}3\,5 \end{array}$$

Remarque. On peut calculer un ordre de grandeur pour prévoir un résultat ou vérifier qu'il est vraisemblable.

• 4,96 est proche de 5 et 30,2 est proche de 30 donc 35 est un ordre de grandeur de la somme de 4,96 et de 30,2.

• 76,83 est proche de 77 et 27,1 est proche de 27 donc 50 est un ordre de grandeur de la différence de 76,83 et de 27,1.

Chapitre 11

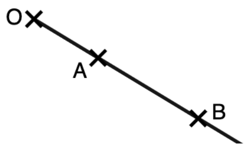
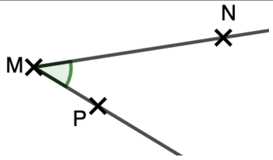
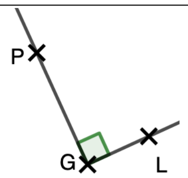
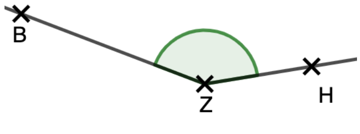
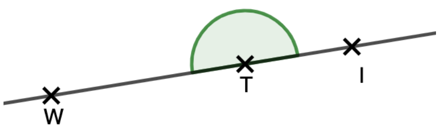
Mesurer et construire un angle

11.1 Unité de mesure d'angle

Définition 62. Le degré est l'unité d'angle avec laquelle un angle droit mesure 90°. On dit qu'un angle droite mesure « 90 degrés ».

Remarque. On utilise la même notation pour désigner un angle et sa mesure.

En reprenant le tableau des angles particuliers du chapitre 9, on a donc :

Nature	Exemple	Mesure
Angle nul		$\widehat{AOB} = 0^{\circ}$
Angle aigu		$0^{\circ} < \widehat{NMP} < 90^{\circ}$
Angle droit		$\widehat{PGL} = 90^{\circ}$
Angle obtus		$90^{\circ} < \widehat{BZH} < 180^{\circ}$
Angle plat		$\widehat{ITW} = 180^{\circ}$

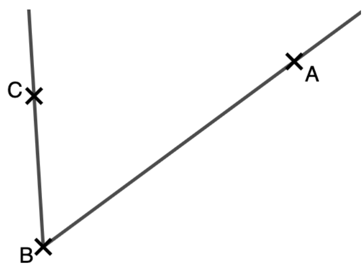
11.2 Utiliser un rapporteur

Définition 63. Un rapporteur est un instrument de géométrie qui permet de mesurer et de construire des angles en degrés.

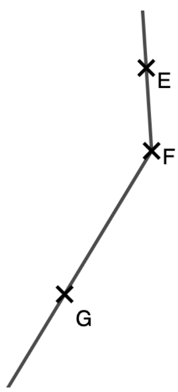
Remarque. Il y a deux sens de lecture possible sur un rapporteur, les deux peuvent être utiles suivant la configuration de l'angle. Toujours se rappeler que l'on commence à compter à zéro (et non à 180 !)

Méthode pour mesurer un angle :
- on prolonge ses côtés à la règle si nécessaire ;
- on place le centre du rapporteur sur le sommet de l'angle ;
- on fait pivoter le rapporter pour faire coïncider le zéro d'une graduation (intérieure ou extérieure) sur l'un des côtés de l'angle ;
- on suit cette graduation (0 ; 10 ; 20 ; ...) jusqu'à rencontrer le deuxième côté de l'angle ;
- on lit alors la mesure de l'angle.

Exemple 53. Mesurer l'angle $\widehat{ABC}$ à l'aide du rapporteur.



Exemple 54. Mesurer l'angle $\widehat{EFG}$ à l'aide du rapporteur.



Exemple 55. Construire un angle $\widehat{MNP}$ de mesure 75°.

Chapitre 12

Nombres décimaux : multiplier et diviser

12.1 Multiplier par 0,1 ; 0,01 et 0,001

Propriété 23. *Multiplier par 0,1, c'est donner une valeur 10 fois plus petite à chacun des chiffre de ce nombre. Autrement dit, multiplier par 0,1 revient à diviser par 10.*
De même, multiplier par 0,01 revient à diviser par 100.
De même, multiplier par 0,001 revient à diviser par 1 000.

Remarque. Multiplier un nombre ne le rend pas forcément plus grand !
Quand on multiplie par un nombre inférieur à 1, le produit est inférieur au nombre de départ.

Exemple 56. $678,02 \times 0,01 =$ $\qquad$ $4,5 \times 0,1 =$ $\qquad$ $2,34 \times 0,01 =$

12.2 Produit de deux nombres décimaux

Règle :
Pour multiplier deux nombres décimaux :
• On multiplie chaque facteur par 10 autant de fois que nécessaire pour obtenir des nombres entiers ;
• on calcule le produit de ces nombres entiers ;
• On divise le résultat par 10 autant de fois que l'on a multiplié par 10 à la première étape.

Exemple 57. Pour calculer $1,57 \times 2,3$, on procède ainsi :
• $1,57 \times 10 \times 10 = 157$ et $2,3 \times 10 = 23$
• $157 \times 23 = 3\ 611$
• $3\ 611 : 10 : 10 : 10 = 3,611$ donc $1,57 \times 2,3 = 3,611$

Remarque. Généralement, quand on doit poser une multiplication de deux nombres décimaux, on n'écrit pas les multiplications et divisions par 10 :
• on pose et on effectue la multiplication sans tenir compte des virgules (que l'on écrit quand même)
• on place, dans le résultat, la virgule de manière à ce qu'il y ait le même nombre de chiffres après la virgule que le nombre total de chiffres après la virgule dans les deux facteurs.

Exemple 58.

Calculer $5,67 \times 3,9$

$$\begin{array}{r} 5{,}5\ 7 \\ \times \qquad 3{,}9 \\ \hline 5\ 0\ 1\ 3 \\ 1\ 6\ 7\ 1\ \ \\ \hline 2\ 1{,}7\ 2\ 3 \end{array}$$

donc $5,67 \times 3,9 = 21,723$

Calculer $12,71 \times 2,58$

$$\begin{array}{r} 1\ 2{,}7\ 1 \\ \times \qquad 2{,}5\ 8 \\ \hline 1\ 0\ 1\ 6\ 8 \\ 6\ 3\ 5\ 5\ \ \\ 2\ 5\ 4\ 2\ \ \ \ \\ \hline 3\ 2{,}7\ 9\ 1\ 8 \end{array}$$

donc $12,71 \times 2,58 = 32,7918$

Remarque.
• Multiplier un nombre par 0,5 revient à la diviser par 2.
$12,8 \times 0,5 = 6,4$ $\quad$ $40,9 \times 0,5 = 20,45$
• Multiplier un nombre par 0,25 revient à la diviser par 4.
$4 \times 0,25 = 1$ $\quad$ $48 \times 0,25 = 12$
• Multiplier un nombre par 0,125 revient à la diviser par 8.
$8 \times 0,125 = 1$ $\quad$ $88 \times 0,125 = 11$

12.3 Quotient d'un nombre décimal par un nombre entier

Définition 64. Effectuer la division d'un nombre décimal (le *dividende*) par un nombre entier différent de zéro (le *diviseur*), c'est chercher le nombre appelé *quotient* tel que :
dividende = *diviseur* × *quotient*.
On écrit : *dividende* : *diviseur* = *quotient*.

Exemple 59. $56,73 : 10 = 5,673$ $\quad$ $56,8 : 2 = 28,4$ $\quad$ $7,2 : 9 = 0,8$

Propriété 24. *Quand on effectue une division décimale, deux cas sont possibles :*
• *le quotient est un nombre décimal (quand la division s'arrête).*
• *la quotient n'est pas un nombre décimal (on a une valeur approchée par défaut du quotient car la division ne s'arrête pas)*

Exemple 60. Effectuer la division de 563,92 par 4.

$$\begin{array}{l|l}
5\ 6\ 3{,}9\ 2 & 4 \\ \hline
1\ 6 & 1\ 4\ 0{,}9\ 8 \\
\ \ 0\ 3\ 9 & \\
\ \ \ \ 0\ 3\ 2 & \\
\ \ \ \ \ \ \ \ 0 &
\end{array}$$

Exemple 61. Effectuer la division de 82,126 par 3.

$$\begin{array}{l|l}
8\ 2{,}1\ 2\ 6 & 3 \\ \hline
2\ 2 & 2\ 7{,}3\ 7\ 5\ 3\ 3 \\
\ \ 1\ 1 & \\
\ \ \ \ 2\ 2 & \\
\ \ \ \ \ \ 1\ 6 & \\
\ \ \ \ \ \ \ \ 1\ 0 & \\
\ \ \ \ \ \ \ \ \ \ 1\ 0 & \\
\ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ 1 &
\end{array}$$

12.4 Priorités opératoires

Propriété 25. *Dans une expression, les calculs entre parenthèses sont prioritaires.*
Dans une expression sans parenthèses, la multiplication est prioritaire sur les additions et les soustractions.

Remarque. On peut souligner le calcul à effectuer en premier.

Exemple 62.
Calculer l'expression suivante :
$A = (4 + 8,2) \times 3$

Calculer l'expression suivante :
$B = 4 + 8,2 \times 3$

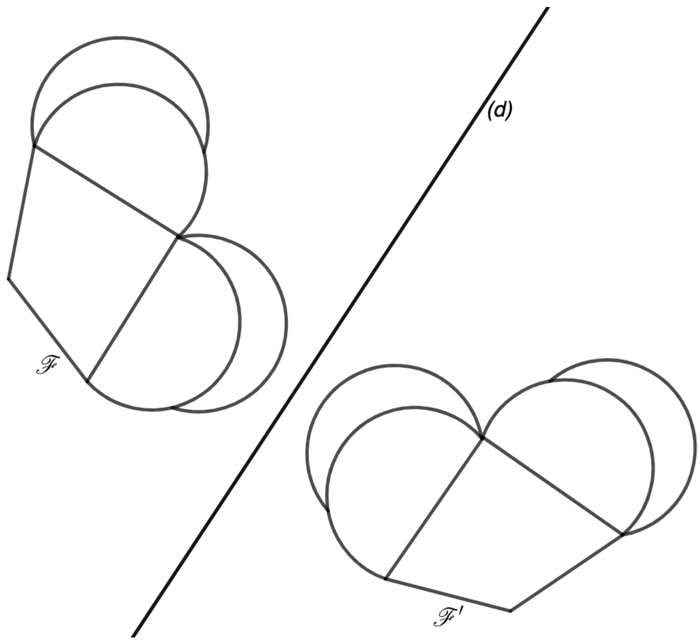
Chapitre 13

Médiatrice et symétrie axiale

13.1 Figures symétriques

Définition 65. Deux figures sont symétriques par rapport à une droite (d) si elles se superposent par pliage le long de cette droite (d).

Exemple 63.



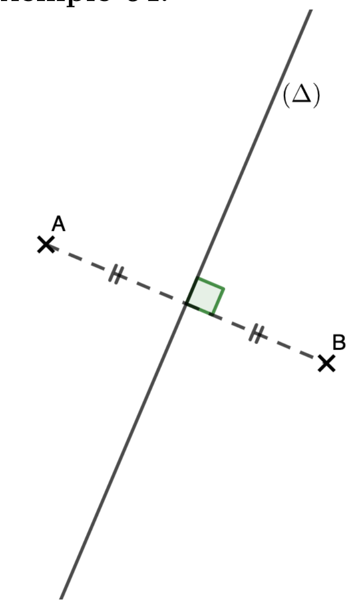
On dit que la figure $\mathscr{F}'$ est l'image de la figure $\mathscr{F}$ par la symétrie d'axe (d), ou que les figures $\mathscr{F}$ et $\mathscr{F}'$ sont symétriques par rapport à la droite (d), ou que la figure $\mathscr{F}'$ est le symétrique de la figure $\mathscr{F}$ par rapport à la droite (d).

13.2 Médiatrice d'un segment et symétrie axiale

13.2.1 Définition et propriété de la médiatrice

Définition 66. La médiatrice d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment passant par son milieu.

Exemple 64.

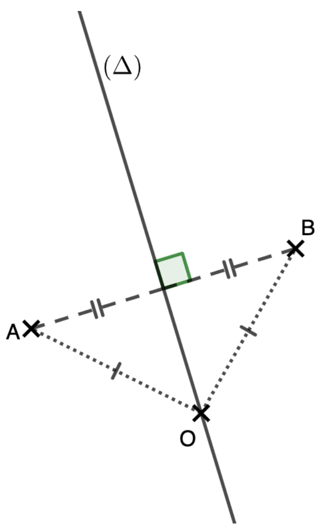


(Δ) est la médiatrice du segment $[AB]$.

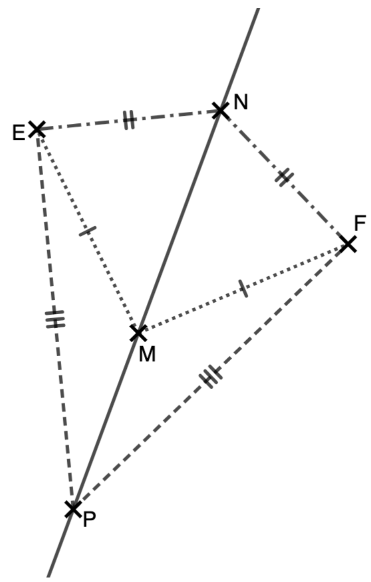
Propriété 26. • *Si un point appartient à la médiatrice d'un segment, alors il est à égale distance des extrémités du segment.*
• *Si un point est à égale distance des extrémités du segment, alors il appartient à la médiatrice du segment.*

Remarque. On regroupe les deux propriétés précédentes en une seule phrase : « La médiatrice d'un segment est l'ensemble des points équidistants des extrémités du segment. »

Exemple 65.



Le point O appartient à la médiatrice du segment $[AB]$, donc $OA = OB$.



$NE = NF$ donc N appartient à la médiatrice du segment $[EF]$
$PE = PF$ donc P appartient à la médiatrice du segment $[EF]$
$ME = MF$ donc M appartient à la médiatrice du segment $[EF]$

Définition 67. Si (Δ) est la médiatrice du segment $[AB]$, alors le point B est l'image du point A par la symétrie d'axe (Δ).

13.2.2 Construction de la médiatrice

On cherche à construire la médiatrice d'un segment $[AB]$ donné.

Méthode 1 :

Si la longueur du segment $[AB]$ permet de placer précisément son milieu, on commence par placer le milieu I du segment $[AB]$ puis, avec l'équerre, on trace la droite perpendiculaire à (AB) passant par I : cette droite est la médiatrice du segment $[AB]$.

Méthode 2 :

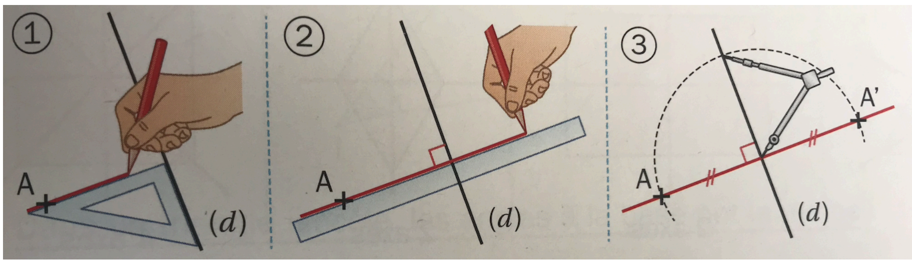
On utilise la propriété d'équidistance (propriété 26).

On choisit un écartement de compas plus grand à vue d'oeil que la moitié du segment. On trace deux arcs de cercle de centre A (un de chaque coté du segment) et deux arcs de cercle de centre B (un de chaque coté du segment). On obtient un point d'intersection de chaque coté du segment, et la droite qui les relie est la médiatrice du segment $[AB]$.

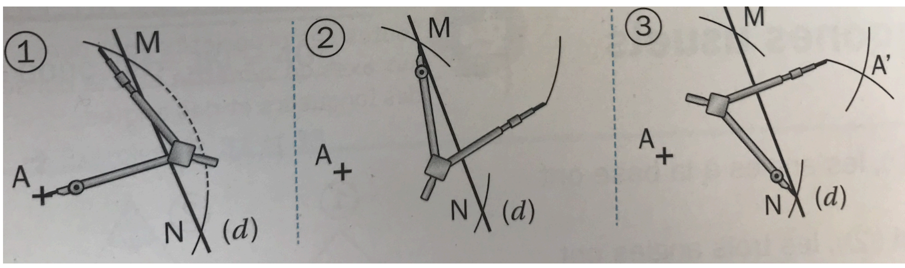
13.2.3 Construction du symétrique d'un point par rapport à une droite

On donne une droite (d) et un point A n'appartenant pas à la droite (d). On veut construire le symétrique du point A par rapport à la droite (d).

Méthode 1 : à l'équerre et au compas



Méthode 2 : au compas



Chapitre 14

Ecritures fractionnaires d'un quotient

14.1 Fractions et divisions

Définition 68. a et b sont des nombres, avec $b \neq 0$.
Le quotient de a par b est le nombre qui, multiplié par b donne a.
On le note $a : b$ ou $\frac{a}{b}$.

Exemple 66. $\frac{7}{6}$ est le quotient de 7 par 6. C'est le nombre qui, multiplié par 6, est égal à 7.
On a : $\frac{7}{6} \times 6 = 7$

Définition 69. Si a et b sont des nombres entiers avec $b \neq 0$, on dit que le nombre $\frac{a}{b}$ est une fraction.

Exemple 67. Le facteur manquant dans l'égalité $2 \times ... = 15$ est la fraction $\frac{15}{2}$.
La fraction $\frac{15}{2}$ est le résultat de la division de 15 par 2. On écrit $\frac{15}{2} = 15 : 2 = 7,5$.
On dit que 7,5 est une écriture décimale de $\frac{15}{2}$ et que $\frac{15}{2}$ est une écriture fractionnaire de 7,5.

Remarque. Dans $a : b$, a est le dividende et b est le diviseur. Dans $\frac{a}{b}$, a est le numérateur et b le dénominateur.

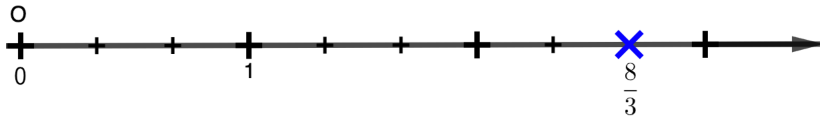
Remarque. Un nombre décimal a plusieurs écritures fractionnaires.
Par exemple : $0,25 = \frac{1}{4} = \frac{25}{100} = ...$

Remarque. Certains quotients n'ont pas d'écriture décimale.
• $\frac{7}{5} = 7 : 5 = 1,4$ donc $\frac{7}{5}$ est un nombre décimal.
• La division décimale de 2 par 3 ne se termine jamais donc $\frac{2}{3}$ n'a pas d'écriture décimale, ce n'est pas un nombre décimal.
Ainsi, la valeur exacte de $\frac{2}{3}$ est $\frac{2}{3}$.
$0,66666666$ est une valeur approchée par défaut de $\frac{2}{3}$.

14.2 Fractions et abscisses

Méthode :
Pour placer la fraction $\dfrac{a}{b}$ sur une demi-droite graduée, on partage l'unité en b segments de même longueur, puis on reporte a fois cette longueur à partir de zéro.

Exemple 68. Pour placer la fraction $\dfrac{8}{3}$ sur une demi-droite graduée, on va partager l'unité en 3 segments de même longueur et reporter 8 fois la longueur à partir de l'origine.



Remarque. On retrouve $3 \times \dfrac{1}{3} = 1$ et on peut également remarquer que $6 \times \dfrac{1}{3} = 2$

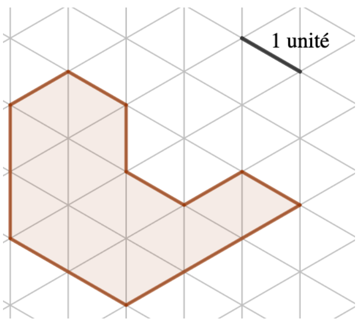
Chapitre 15

Périmètres

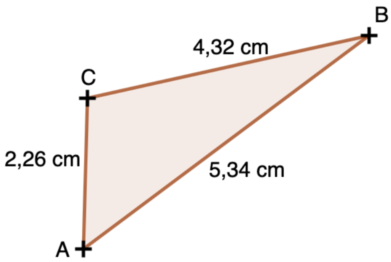
15.1 Définition

Définition 70. Le périmètre d'une figure est la longueur de son contour.
Il s'exprime à l'aide d'une unité de longueur.

Exemple 69.



Le périmètre de cette figure est 13 unités.
On note : $\mathscr{P}_1 = 13$ unités.



Le périmètre du triangle ABC est la somme des longueurs AB, AC et BC.
$\mathscr{P}_{ABC} = AB + BC + AC = 5,34\ cm + 4,32\ cm + 2,26\ cm$ donc $\mathscr{P}_{ABC} = 11,92\ cm$.
Le périmètre du triangle ABC est 11,92 cm.

Remarque. Pour comparer les périmètres de plusieurs polygones, on peut reporter à la suite les unes des autres les longueurs de leurs côtés sur une demi-droite, avec un compas.

15.2 Unité de longueur

L'unité de référence est le mètre, noté m.

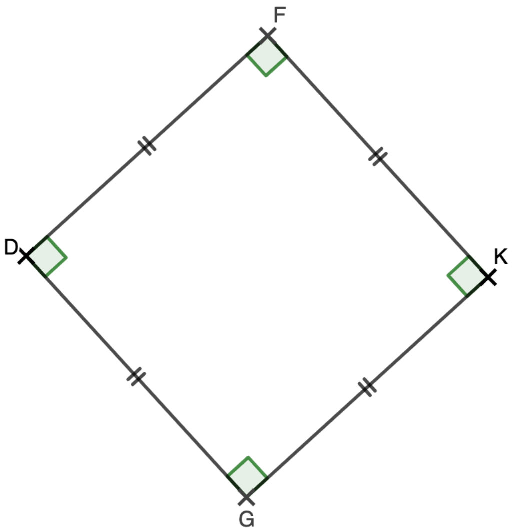
Propriété 27. *Pour convertir des unités de longueur, on peut utiliser un tableau de conversion. Dans ce tableau :*
- *pour passer d'une unité à la suivante (de gauche à droite), on multiplie par 10.*
- *pour passer d'une unité à la précédente (de droite à gauche), on divise par 10.*

km	hm	dam	m	dm	cm	mm

Exemple 70. $152,3\ hm = 15\ 230\ mm$
$0,006\ 4\ km = 6,4\ m$
$1\ km = 100\ 000\ cm$

15.3 Calcul d'un périmètre

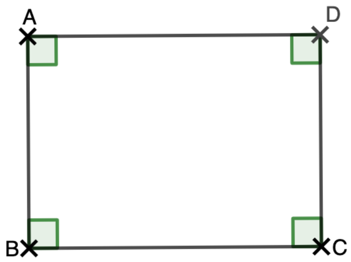
Propriété 28.



Le périmètre d'un carré de longueur de côté c est :
$\mathscr{P} = 4 \times c$

Exemple 71. Dans l'exemple ci-contre,
si $KG = 3,4\ cm$, alors :
$\mathscr{P}_{FKGD} = 4 \times KG = 4 \times 3,4\ cm = 13,6\ cm$.
Le carré $FKGD$ a donc un périmètre de 13,6 cm.

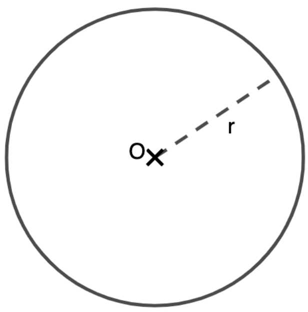
Propriété 29.



Le périmètre d'un rectangle de longueur l et de largeur L est : $\mathscr{P} = 2 \times (L + l)$ *ou* $\mathscr{P} = 2 \times L + 2 \times l$

Exemple 72. Dans l'exemple ci-contre,
si $AD = 3,1\ cm$ et $AB = 2,7\ cm$ alors :
$\mathscr{P}_{ABCD} = 2 \times AD + 2 \times AB = 2 \times 3,1\ cm + 2 \times 2,7$
donc $\mathscr{P}_{ABCD} = 6,2\ cm + 5,4\ cm = 11,6\ cm$.
Le rectangle $ABCD$ a donc un périmètre de 11,6 cm.

Propriété 30.



Le périmètre (on dit aussi circonférence) d'un cercle de rayon R est : $\mathscr{P} = 2 \times \pi \times R$
Ou :
Le périmètre d'un cercle de diamètre D est : $\mathscr{P} = \pi \times D$

Remarque. π que l'on prononce « pi » n'est pas un nombre décimal, il possède un nombre infini de chiffres après la virgule. En pratique, on utilise souvent 3,14 comme valeur approchée de π, mais on peut aussi utiliser la touche π de la calculatrice pour plus de précisions.

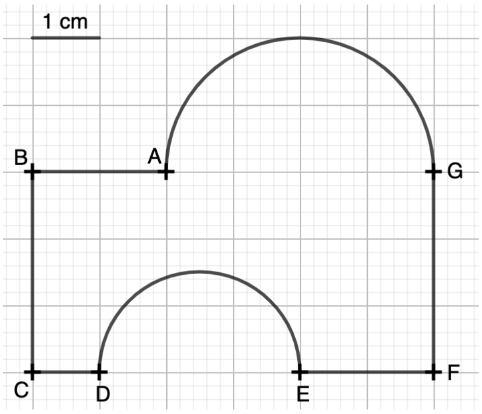
Exemple 73. Calculer la circonférence d'un cercle de rayon 5 cm.
$\mathscr{P}_1 = 2 \times \pi \times 5\ cm = 10\ cm \times \pi \approx 10\ cm \times 3,14 \approx 31,4\ cm$
Le cercle a pour circonférence environ 31,4 cm.

Exemple 74. Calculer le périmètre d'un cercle de diamètre 7 cm.
Attention, ici c 'est le diamètre qui est donné ! On utilise la fait que le diamètre d'un cercle soit deux fois plus grand que son rayon.

$\mathscr{P}_2 = \pi \times 7\ cm \approx 7\ cm \times 3,14 \approx 21,98\ cm$
Le cercle a pour périmètre environ 21,98 cm.

Remarque. Le périmètre d'une figure complexe s'obtient en additionnant les longueurs du contour de la figure.

Exemple 75.



$$\mathscr{P} = AB + BC + CD + \widehat{DE} + EF + FG + \widehat{GA}$$

$$\mathscr{P} = 2\ cm + 3\ cm + 1\ cm + \frac{\pi \times 3\ cm}{2} + 2\ cm + 3\ cm + \frac{\pi \times 4\ cm}{2}$$

$$\mathscr{P} \approx 11\ cm + \frac{3,14 \times 3\ cm}{2} + \frac{3,14 \times 4\ cm}{2}$$

$$\mathscr{P} \approx 11\ cm + \frac{9,42\ cm}{2} + \frac{12,56\ cm}{2}$$

$$\mathscr{P} \approx 11\ cm + 4,71\ cm + 6,28\ cm$$

$$\mathscr{P} \approx 21,99\ cm$$

La figure a un périmètre d'environ 21,99 cm.

Chapitre 16

Proportionnalité

16.1 Définition et tableau de proportionnalité

16.1.1 Grandeurs proportionnelles

Définition 71. Deux grandeurs sont proportionnelles si on peut calculer les valeurs de l'une en multipliant les valeurs de l'autre par un nombre, toujours le même, appelé coefficient de proportionnalité.

Exemple 76. Le prix payé pour un plein d'essence est proportionnel à la quantité d'essence achetée. La taille d'une personne n'est pas proportionnelle à son âge.

16.2 Déterminer une quatrième proportionnelle

Les exercices présentent généralement deux grandeurs (une quantité et un prix par exemple) donnent trois nombres. Il faut déterminer le quatrième nombre, celui que l'on appelle la quatrième proportionnelle.

Il y a souvent plusieurs méthodes possibles pour trouver le nombre manquant dans une situation de proportionnalité. Souvent, il faut prendre le temps d'observer les données, une des méthodes permet de trouver le nombre manquant facilement, sans faire de divisions compliquées.

16.2.1 Retour à l'unité

Exemple 77. Trois stylos identiques coûtent au total 2,55 €. Ces stylos sont vendus à l'unité. Calculer le prix de quatorze stylos.

On commence par déterminer le prix d'un stylo : $2,55 : 3 = 0,85$
Un stylo coûte donc 0,85 €.
On en déduit le prix de quatorze stylos : $14 \times 0,85 = 11,9$
Quatorze stylos coûtent donc 11,90 €.

16.2.2 De deux colonnes à une autre : linéarité

Il est souvent pratique de présenter les situations sous la forme d'un tableau de proportionnalité, en positionnant chaque grandeur dans une ligne.
Dans un tableau de proportionnalité :
• on peut multiplier ou diviser les valeurs d'une colonne par un nombre (différent de zéro) pour obtenir les valeurs d'une autre colonne ;

• on peut additionner ou soustraire les valeurs de deux colonnes pour obtenir les valeurs d'une troisième.

Exemple 78. Pour remonter l'ancre de son voilier, un marin a mis 3 minutes pour enrouler 21 m de chaîne. Lors d'une autre escale, il a mis 4 min 30 s pour 31,50 m.
En supposant qu'il le fasse à vitesse constante, combien de temps mettra-t-il pour remonter une ancre jetée à 10,50 m de fond ?

Temps pour remonter l'ancre en min	3	4,5	
Longueur de la chaîne en m	21	31,5	10,5

$10,5 = 31,5 - 21$, donc il suffit de faire $4,5 - 3 = 1,5$.
Le marin mettra 1 min et 30 sec pour remonter une chaîne de 10,5 m.

Exemple 79. On dispose de perles toutes identiques. Huit perles pèsent 52 grammes.
Combien pèsent vingt de ces perles ?

Nombre de perles	8	20
Masse en grammes	52	

$20 : 8 = 2,5$ (20 est égal à deux fois 8 plus la moitié de 8)
$52\ g \times 2,5 = 130\ g$ donc vingt perlent pèsent 130 grammes.

16.2.3 D'une ligne à l'autre : coefficient de proportionnalité

Cela revient souvent à passer par l'unité, mais sans l'indiquer. On rajoute une flèche à droite du tableau pour indiquer la coefficient de proportionnalité.

Exemple 80. Avec 4 L de lait, on peut fabriquer 500 g de fromage.
La masse de fromage est proportionnelle au volume de lait.
Quelle masse de fromage peut-on fabriquer avec 5,2 L de lait ?

Quantité de lait en L	4	5,2
Masse de fromage en g	500	

On effectue $500 : 4 = 125$ puis $5,2 \times 125 = 650$.
Avec 5,2 L de lait, on peut donc fabriquer 650 g de fromage.

16.3 Appliquer un pourcentages

Définition 72. Un pourcentage est une proportion par rapport à 100. Il traduit une situation de proportionnalité.

Exemple 81. L'eau de la mer Méditerranée contient 4 % de sel. cela signifie que :
• 100 g d'eau contiennent 4 g de sel ;
• la proportion de sel dans l'eau est égale à $\frac{4}{100}$;
• la masse de sel et la masse d'eau sont proportionnelles, avec pour coefficient de proportionnalité $\frac{4}{100}$ soit 0,04.

Masse d'eau	100
Masse de sel	40

Propriété 31. *t désigne un nombre.*
Prendre t% d'une quantité, c'est multiplier cette quantité par $\frac{t}{100}$.

Exemple 82. Dans une classe de 30 élèves, il y a 60% de filles.
Combien y a-t-il de filles dans cette classe ?

Nombre d'élèves en tout	100	30
Nombre de filles dans la classe	60	

$\frac{40}{100} = 0,6.$

$30 \times 0,6 = 18$ Il y a 18 filles dans cette classe.

Remarque. • Prendre 50 % d'une quantité, c'est en prendre la moitié.
• Prendre 25 % d'une quantité, c'est en prendre le quart.
• Prendre 10 % d'une quantité, c'est en prendre le dixième.

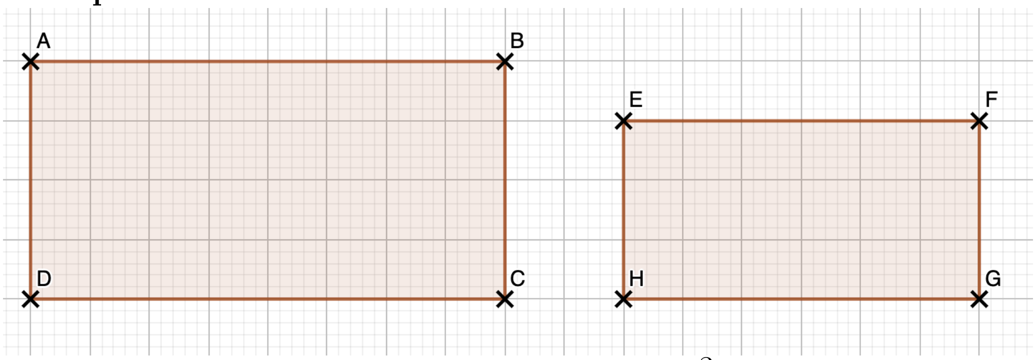
16.4 Agrandissement et réduction de figures

Définition 73. Pour agrandir une figure, on multiplie toutes ses dimensions par un même nombre supérieur à 1.
Pour réduire une figure, on mulitplie toutes ses dimensions par un même nombre inférieur à 1.

Propriété 32. *Les dimensions de la figure initiale et de la figure finale sont proportionnelles.*

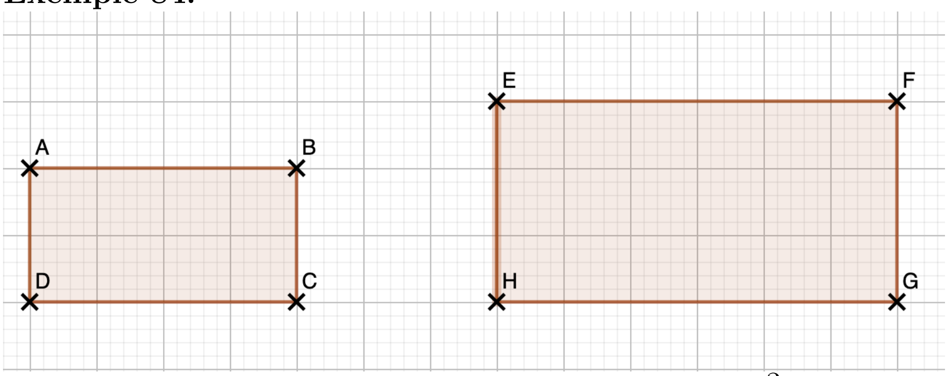
Définition 74. Le coefficient de proportionnalité est alors appelé coefficient d'agrandissement ou coefficient de réduction (ou échelle).

Exemple 83.



Le rectangle $EFGH$ est une réduction de rapport $\frac{3}{4}$ du rectangle $ABCD$.

Exemple 84.



Le rectangle $EFGH$ est un agrandissement de rapport $\frac{3}{2}$ du rectangle $ABCD$.

Chapitre 17

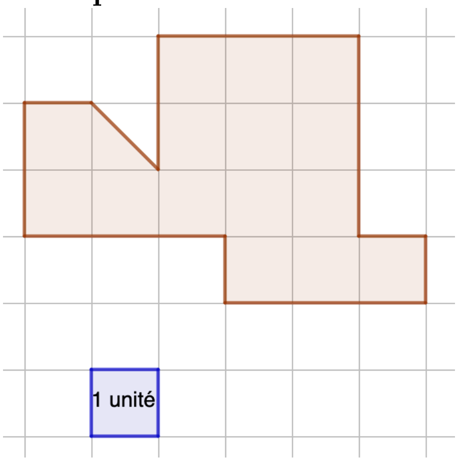
Aires

17.1 Définitions

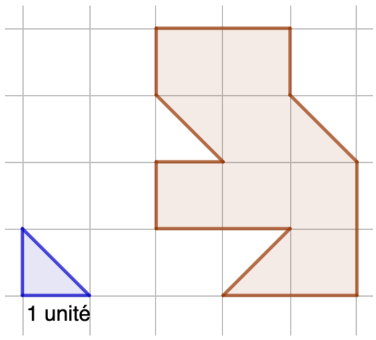
Définition 75. L'aire d'une figure est la mesure de sa surface intérieure, dans une unité donnée.

Définition 76. Une unité d'aire étant choisie, la mesure de l'aire d'une figure, notée $\mathscr{A}$ est le nombre d'unités nécessaires pour remplir son espace intérieur.

Exemple 85.



L'aire de cette figure est 15,5 unités.
On note : $\mathscr{A}_1 = 15,5$ unités.



L'aire de cette figure est 17 unités :
$\mathscr{A}_2 = 17$ unités.

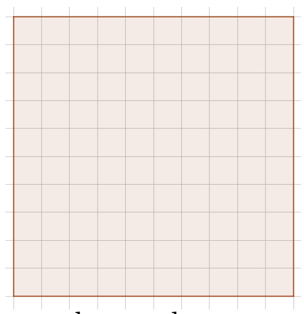
17.2 Unités d'aire

L'unité d'aire de référence est le mètre carré, note m^2.

Définition 77. 1 m^2 est l'aire d'un carré de côté 1 m.

Remarque. Le décimètre carré, noté dm^2, est l'aire d'un carré de côté 1 dm.

Comme un carré d'aire 1 m^2 contient 100 carrés d'aire 1 dm^2, on a l'égalité : 1 $m^2 = 100 dm^2$



C'est pourquoi- le tableau de conversion pour les aires comporte deux colonnes par unité :

km^2		hm^2		dam^2		m^2		dm^2		cm^2		mm^2	

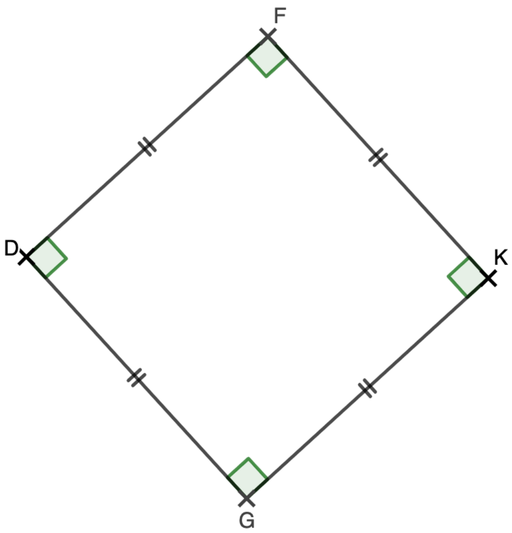
On peut aussi parfois utiliser les unités agraires :
hectare, noté ha : $1\ ha = 1\ hm^2 = 10\ 000\ m^2$
are, noté a : $1\ a = 100\ m^2 = 1\ dam^2$ $\qquad 1\ ha = 100\ a$

Exemple 86. $18\ km^2 = 18\ 000\ 000\ m^2$ $\qquad 34,2\ dm^2 = 0,342\ m^2 = 3\ 420\ cm^2$

17.3 Aires des figures usuelles

17.3.1 Polygones usuels

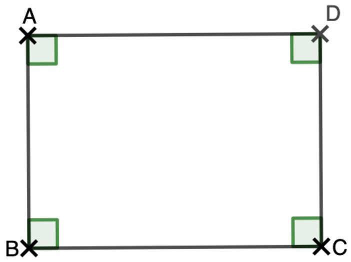
Propriété 33.



L'aire d'un carré de longueur de côté c est :
$\mathscr{A} = c \times c$

Exemple 87. Dans l'exemple ci-contre,
si $KG = 3,4\ cm$, alors :
$\mathscr{A}_{FKGD} = KG \times KG = 3,4\ cm \times 3,4\ cm = 11,56\ cm^2$.
Le carré $FKGD$ a donc une aire de 11,56 cm^2.

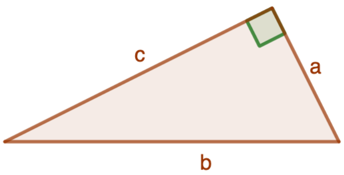
Propriété 34.



L'aire d'un rectangle de longueur l et de largeur L est :
$\mathscr{A} = L \times l$

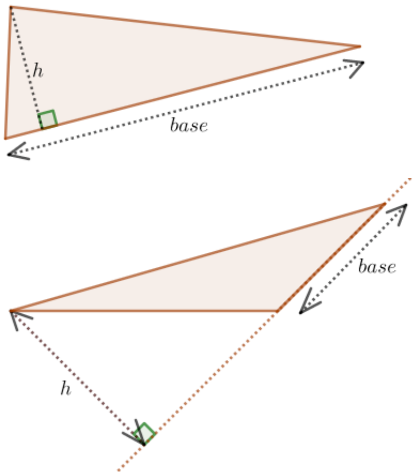
Exemple 88. Dans l'exemple ci-contre,
si $AD = 3,1\ cm$ et $AB = 2,7\ cm$ alors :
$\mathscr{A}_{ABCD} = AD \times AB = 3,1\ cm \times 2,7\ cm$ donc
$\mathscr{A}_{ABCD} = 8,37\ cm^2$.
Le rectangle $ABCD$ a donc une aire de 8,37 cm^2.

Propriété 35. *L'aire d'un triangle rectangle s'obtient en multipliant les longueurs des deux côtés de l'angle droit puis en divisant par deux.*



$$\mathscr{A}_{triangle_rectangle} = \frac{a \times c}{2}$$

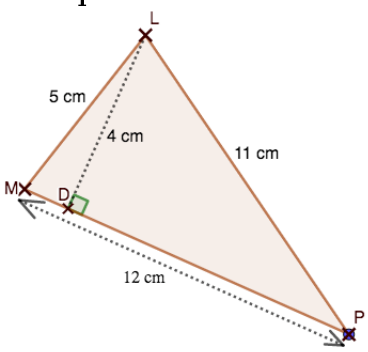
Propriété 36.



$$\mathscr{A}_{triangle} = \frac{base \times h}{2}$$

Remarque. • La base est un des côtés du triangle.
• h est la hauteur relative à la base considérée dans le triangle : ici, c'est la longueur du segment dont une des extrémités est le sommet opposé à la base et qui est perpendiculaire au support de la base.

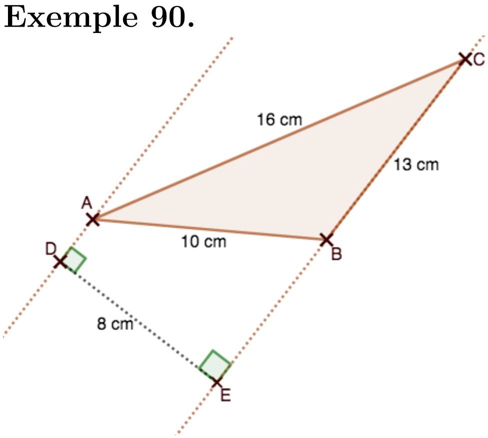
Exemple 89.



$$\mathscr{A}_{LMP} = \frac{MP \times LD}{2} = \frac{12\ cm \times 4\ cm}{2}$$
donc $\mathscr{A}_{LMP} = 24\ cm^2$

Le triangle MNP a une aire de 24 cm^2.

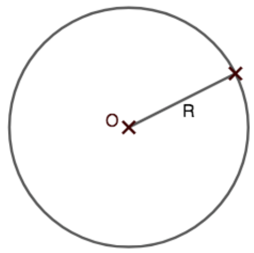
Exemple 90.



$$\mathscr{A}_{ABC} = \frac{BC \times DE}{2} = \frac{13\ cm \times 8\ cm}{2}$$
donc $\mathscr{A}_{ABC} = 52\ cm^2$

Le triangle ABC a une aire de 52 cm^2.

17.3.2 Disque



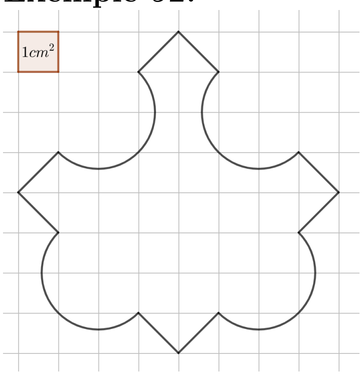
L'aire d'un disque s'obtient en multipliant le nombre π par le carré du rayon du disque.

$\mathscr{A}_{disque} = \pi \times R \times R$ ou $\mathscr{A}_{disque} = \pi \times R^2$

Exemple 91. Calculons l'aire d'un disque de 3 cm de rayon.
$\mathscr{A} = \pi \times 3^2 = \pi \times 9 \approx 3,14 \times 9 \approx 28,26$
Une valeur approchée au centième de l'aire du disque est $28,26\ cm^2$.

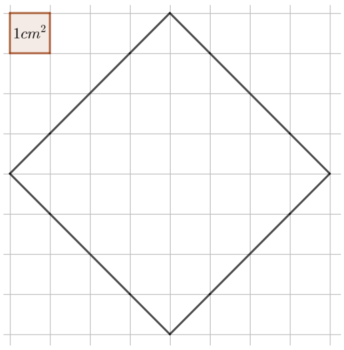
17.4 Calculer l'aire d'une figure complexe

Exemple 92.

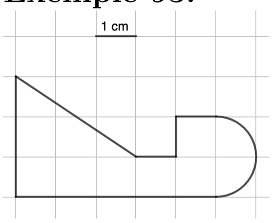


Déterminer l'aire de la figure ci-contre.

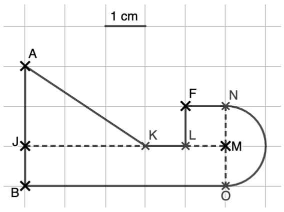
On peut imaginer qu'on découpe et déplace les deux demi-disques. On obtient alors la figure ci-contre.
Cela revient donc à déterminer l'aire d'un carré, ici il suffit de compter les unités à l'intérieur.
La figure a une aire de 31 cm^2.



Exemple 93.



Déterminer l'aire de la figure ci-contre.



On décompose la figure en figures simples :
$\mathscr{A} = \mathscr{A}_{AJK} + \mathscr{A}_{JBOM} + \mathscr{A}_{FNML} + \mathscr{A}_{demi-disque}$

donc $\mathscr{A} = \dfrac{AJ \times JK}{2} + JB \times BO + NF \times FL + \dfrac{\pi \times MN \times MN}{2}$

donc $\mathscr{A} = \dfrac{2\ cm \times 3\ cm}{2} + 1\ cm \times 5\ cm + 1\ cm \times 1\ cm + \dfrac{\pi \times 1\ cm \times 1\ cm}{2}$

donc $\mathscr{A} \approx 3\ cm^2 + 5\ cm^2 + 1\ cm^2 + \dfrac{3,14 \times 1\ cm^2}{2} \approx 9\ cm^2 + 1,57\ cm^2$

donc $\mathscr{A} \approx 10,57\ cm^2$.

Chapitre 18

Classer des données

18.1 Regrouper des données

Définition 78. Un ensemble d'objets ou de réponses constitue des données que l'on peut compter ou classe en catégories, afin d'en tirer des informations.

Exemple 94. On a demandé aux 27 élèves d'une classe de sixième quel était leur mois de naissance. On a donc obtenu 27 données (Janvier, février, mars, etc.).

Pour représenter ces données, on peut les placer dans un tableau (ou les représenter graphiquement, ce qui sera fait dans un autre chapitre).

18.2 Classer des données dans un tableau

Vocabulaire :
Un tableau simple permet de représenter des données classées selon un seul critère.
Un tableau peut être présenté en lignes ou en colonnes.

Exemple 95. On a demandé aux élèves d'une classe le moyen de transport qu'ils utilisaient pour venir au collège.
Leurs réponses sont présentées par ce tableau à deux lignes.

Moyen de tranport	Bus	Marche	Vélo	Trottinette	Voiture
Nombre d'élèves	7	8	5	4	5

Exemple 96. On a représenté les longueurs de quatre fleuves français :

Fleuve	Longueur (en km)
Garonne	647
Loire	1 012
Rhône	812
Seine	776

18.3 Tableau à double entrée

Définition 79. On appelle tableau à double entrée un tableau dans lequel chaque donnée est caractérisée par deux informations : l'une indiqué sur la ligné et l'autre sur la colonne.

Remarque. Un tableau à double entrée permet donc de représenter des données classées selon deux critères.

Exemple 97. Ce tableau à double entrée présente le nombre de médailles obtenues par les trois premiers pays aux Jeux Paralympiques de Tokyo en 2021.

	Or	Argent	Bronze
Chine	96	60	51
Grande-Bretagne	41	38	45
Etats-Unis	37	36	31

Chapitre 19

Calculer la fraction d'une quantité

19.1 Multiplier par une fraction

Propriété 37. *Soient a et b sont deux nombres entiers, avec b non nul.*
Soit n un nombre quelconque.
Pour multiplier le nombre n par la fraction $\frac{a}{b}$, on peut :

- *multiplier n par le quotient de a par b : $n \times \frac{a}{b} = n \times (a : b)$*
- *multiplier n par a, puis diviser le résultat obtenu par b : $n \times \frac{a}{b} = (n \times a) : b$*
- *diviser n par b, puis multiplier le résultat obtenu par a : $n \times \frac{a}{b} = (n : b) \times a$*

Remarque. Suivant les valeurs de l'exercice, il y a souvent une des méthodes qui permet d'avoir le résultat plus facilement.

Exemple 98. •$12 \times \frac{9}{6} = 12 \times (9 : 6) = 12 \times 1,5 = 18$

•$12 \times \frac{9}{6} = (12 \times 9) : 6 = 108 : 6 = 18$ •$12 \times \frac{9}{6} = (12 : 6) \times 9 = 2 \times 9 = 18$

Propriété 38. *Calculer une fraction d'une quantité, c'est multiplier la quantité par cette fraction.*

Exemple 99. Déterminer les $\frac{7}{6}$ de 24 :

$\frac{7}{6} \times 24 = (24 : 6) \times 7 = 4 \times 7 = 28$

19.2 Cas particuliers

• Pour prendre la moitié d'un nombre, on le multiplie par 0,5, c'est-à-dire on le multiplie par $\frac{1}{2}$. On peut aussi dire qu'on en prend 50%.

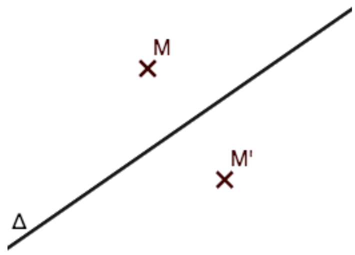
• Pour prendre le quart d'un nombre, on le multiplie par 0,25, c'est-à-dire on le multiplie par $\frac{1}{4}$. On peut aussi dire qu'on en prend 25%.

Chapitre 20

Propriétés de la symétrie axiale, polygones particuliers

Rappels :

Définition 80. Soient M un point et Δ une droite. Le symétrique du point M par rapport à la droite Δ est le point M' tel que Δ est la médiatrice du segment $[MM']$.

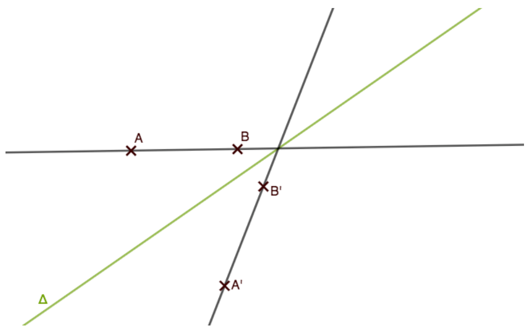


Remarque. On apparente souvent la symétrie axiale à un pliage (ou à une image dans un miroir).

20.1 Propriétés de conservation

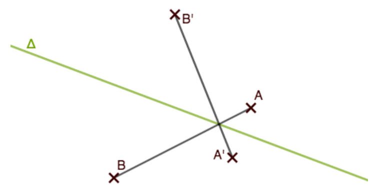
Propriété 39. *L'image d'une droite par une symétrie axiale est une droite.*

Remarque. Pour construire l'image d'une droite, il faut construire les images de deux points distincts de la droite.

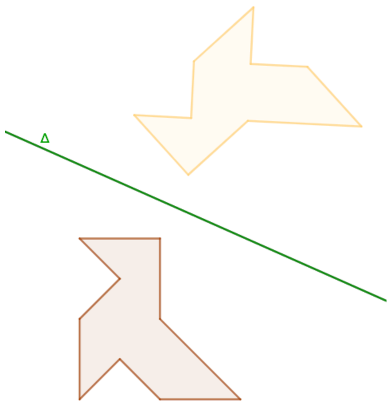


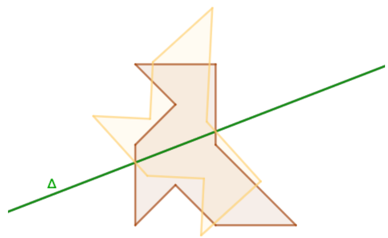
Propriété 40. *L'image d'un segment par une symétrie axiale est un segment de même mesure.*

Remarque. On dit aussi que la symétrie axiale conserve les longueurs.



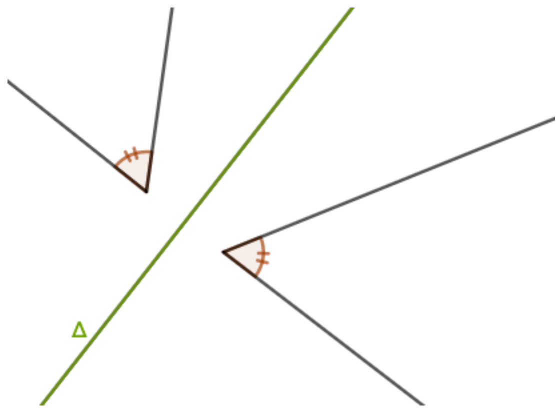
Remarque. Pour construire l'image d'un polygone, il faut construire les images de chacun de ses sommets.
L'image d'un polygone est donc un polygone de même périmètre (et même aire).



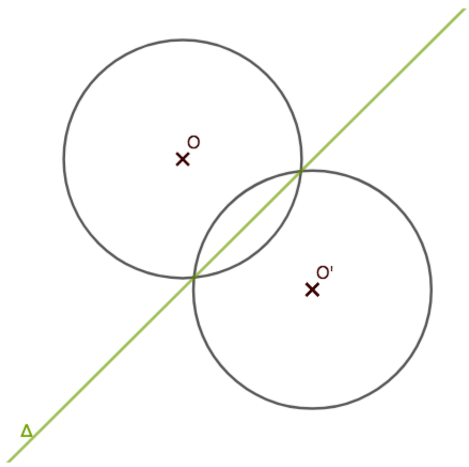


Propriété 41. *L'image d'un angle par une symétrie axiale est un angle de même mesure.*

Remarque. On dit que la symétrie axiale conserve les angles.

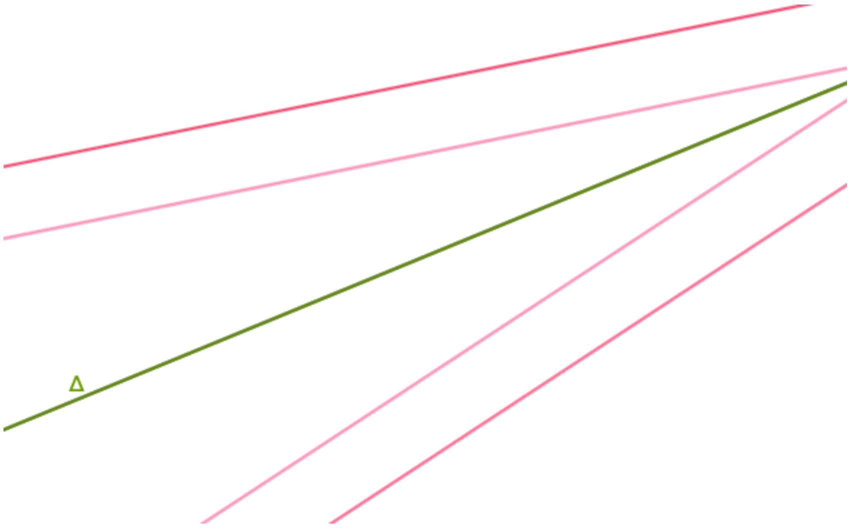


Propriété 42. *L'image d'un cercle par une symétrie axiale est un cercle de même rayon.*



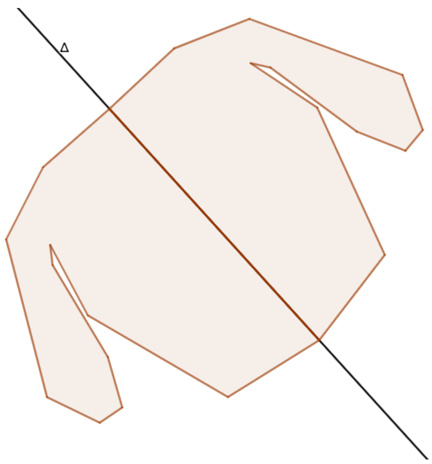
Propriété 43. *Les images de deux droites parallèles par une symétrie axiale sont deux droites parallèles.*

Remarque. On dit que la symétrie axiale conserve le parallélisme.

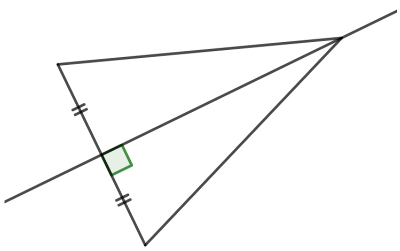


20.2 Axes de symétrie

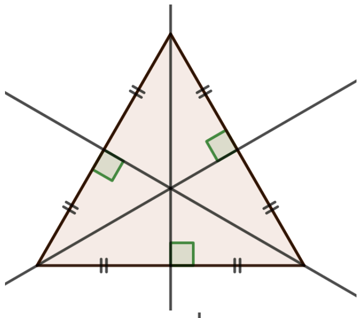
Définition 81. Lorsqu'une figure $\mathscr{F}$ et son image $\mathscr{F}'$ par une symétrie axiale d'axe Δ sont confondues, on dit que Δ est un axe de symétrie de la figure $\mathscr{F}$.



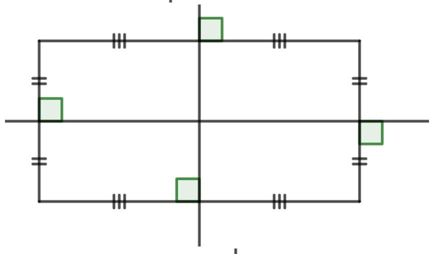
Axe de symétrie des figures usuelles :



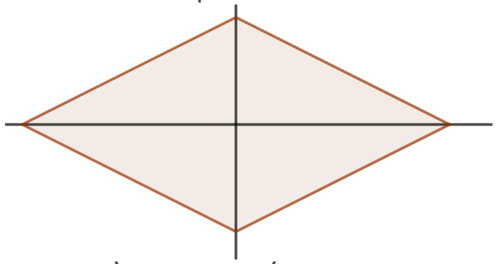
Un triangle isocèle a un axe de symétrie, qui est la médiatrice de sa base.



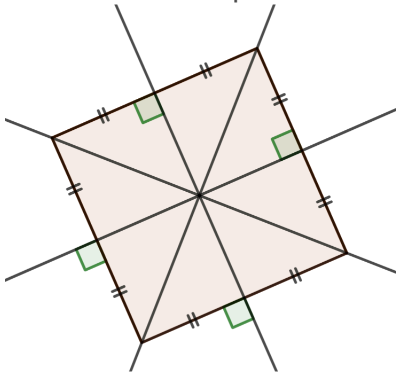
Un triangle équilatéral a trois axes de symétrie, qui sont les médiatrices de chacun de ses côtés.



Un rectangle a deux axes de symétrie, qui sont les médiatrices de chacun de ses côtés.



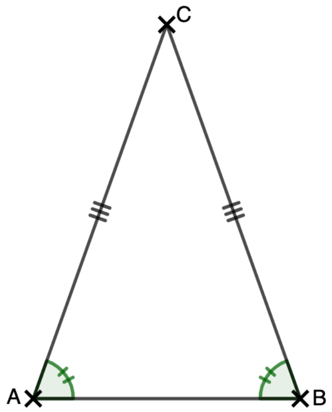
Un losange a deux axes de symétrie, qui sont les droites portées par ses diagonales.



Un carré a quatre axes de symétrie, qui sont les droites portées par ses diagonales et les médiatrices de ses côtés.

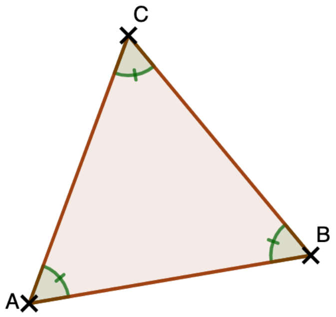
20.3 Propriétés des polygones usuels

Propriété 44.



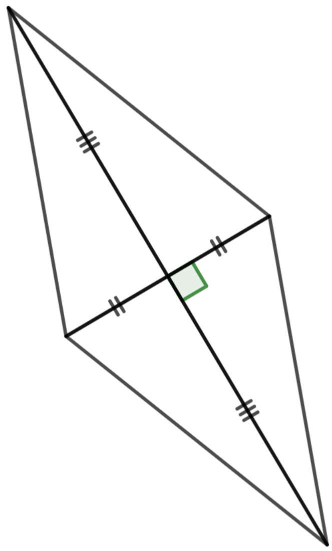
Dans un triangle isocèle, les deux angles à la base ont la même mesure.

Propriété 45.



Dans un triangle équilatéral, les trois angles ont la même mesure.

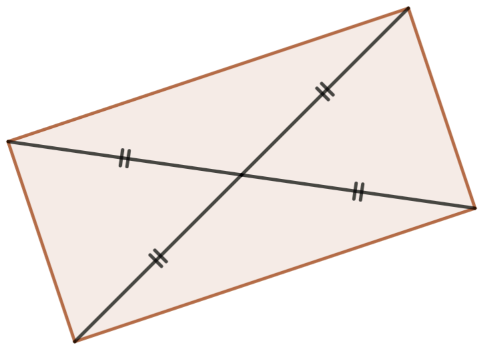
Propriété 46.



Les diagonales d'un losange sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu.

Propriété 47. *Dans un losange, les angles opposés ont la même mesure.*

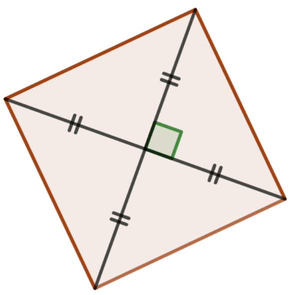
Propriété 48.



Dans un rectangle, les diagonales se coupent en leur milieu et ont la même longueur.

Propriété 49. *Les côtés opposés d'un rectangle ont la même longueur.*

Propriété 50.



Dans un carré, les diagonales sont perpendiculaires, se coupent en leur milieu et ont la même longueur.

Chapitre 21

Les solides

21.1 Vocabulaire des solides

Définition 82. Un polyèdre est un solide dont toutes les faces sont des polygones.

Définition 83. Les côtés de ces polygones sont appelés arêtes, ils sont délimités par des points appelés sommets.

Définition 84. Un polyèdre est dit régulier si toutes ses faces sont identiques et régulières (i.e. côtés de la même longueur et angles de la même mesure) et si tous les sommets sont identiques (i.e. même nombre d'arêtes qui convergent à chaque sommet).

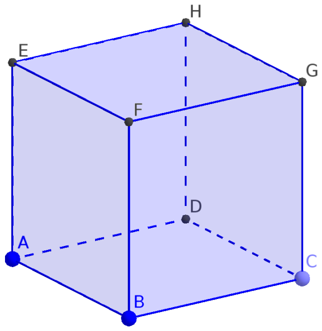
Définition 85. Pour représenter un solide dans un plan, on peut utiliser la perspective cavalière, dans laquelle :
• les arêtes parallèles et de même longueur sont représentées par des segments parallèles et de même longueur ;
• les arêtes cachées sont représentées en pointillés.

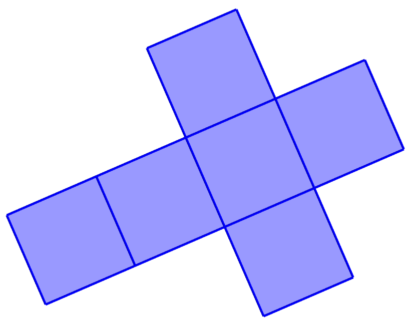
21.2 Solides particuliers

21.2.1 Le cube

Définition 86. Un cube est un polyèdre régulier dont toutes les faces sont des carrés.

Remarque. Le cube a 6 faces, 8 sommets et 12 arêtes. Toutes les faces sont des carrés identiques.



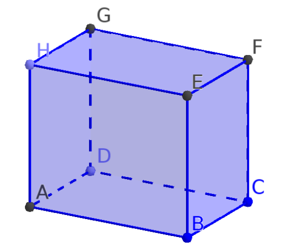


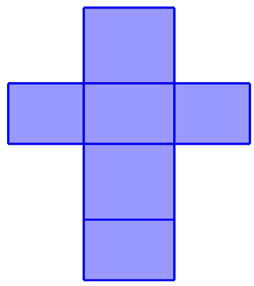
Il y a 11 patrons de cube différents.

21.2.2 Le parallélépipède rectangle

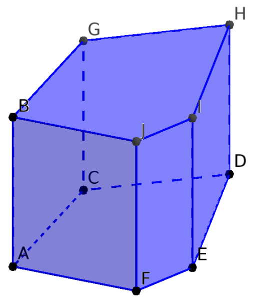
Définition 87. Un parallélépipède rectangle est un polyèdre dont toutes les faces sont des rectangles.

Remarque. Le parallélépipède rectangle est aussi appelé le pavé droit. Il a 6 faces, 8 sommets et 12 arêtes. Ses faces sont des rectangles identiques deux à deux. Le cube est un cas particulier de pavé droit.

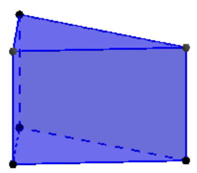




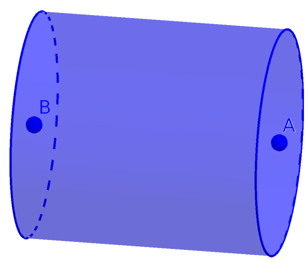
21.2.3 Autres solides



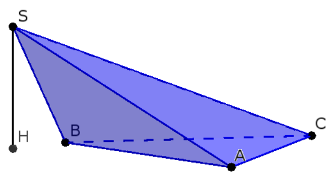
Prisme droit à base pentagonale



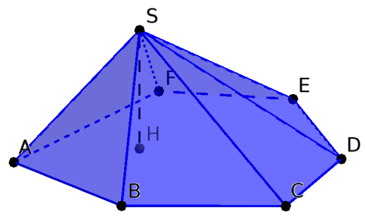
Prisme droit à base triangulaire



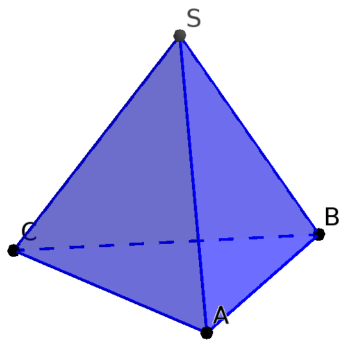
Cylindre de révolution



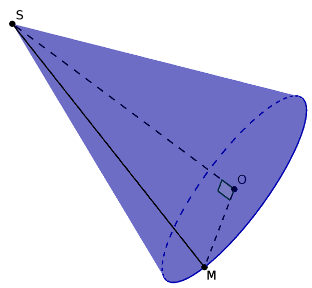
Pyramide à base triangulaire



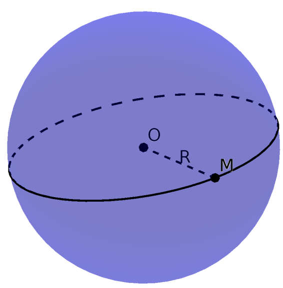
Prisme droit à base hexagonale



Tétraèdre régulier



Cône de révolution



Sphère

Chapitre 22

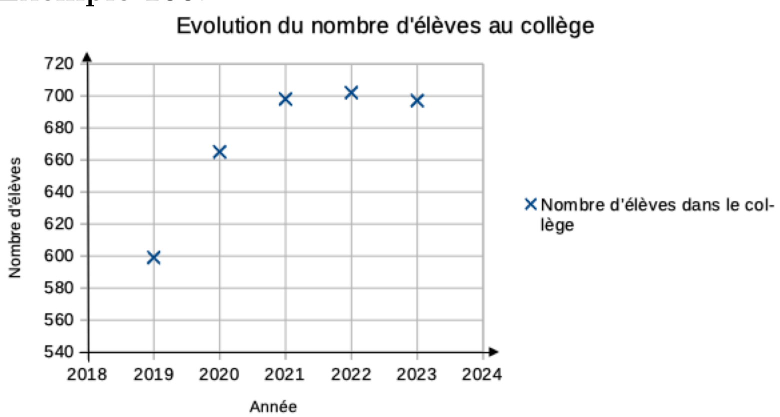
Représenter des données

On peut représenter des données par différents types de diagrammes ou de graphiques.
• Un diagramme en bâtons (ou en barres) permet de comparer visuellement les données.
• Un diagramme circulaire permet de visualiser une répartition.
• Un graphique cartésien permet d'observer une évolution.

22.1 Graphique cartésien

Définition 88. Un diagramme cartésien (ou graphique cartésien) est une représentation qui décrit l'évolution d'une grandeur en fonction d'aune autre grandeur.

Exemple 100.



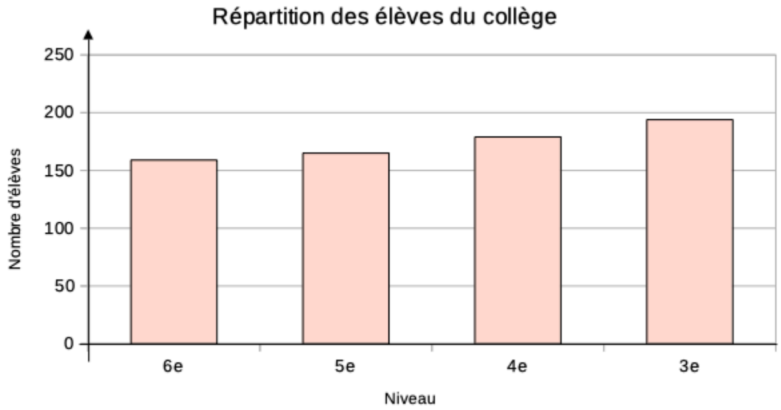
22.2 Diagramme en barres et en bâtons

Définition 89. Un diagramme en bâtons est une représentation constituée de bâtons (espacés) dont la hauteur permet de comparer les nombre de données dans chaque catégorie.

Remarque. On parle de diagramme en bâtons quand les bâtons sont espacés et de diagramme en barres quand les barres sont collées.

Remarque. Dans un diagramme en bâtons ou en barres, les hauteurs des bâtons ou des barres sont proportionnelles aux nombres ou aux pourcentages qu'ils représentent.

Exemple 101.



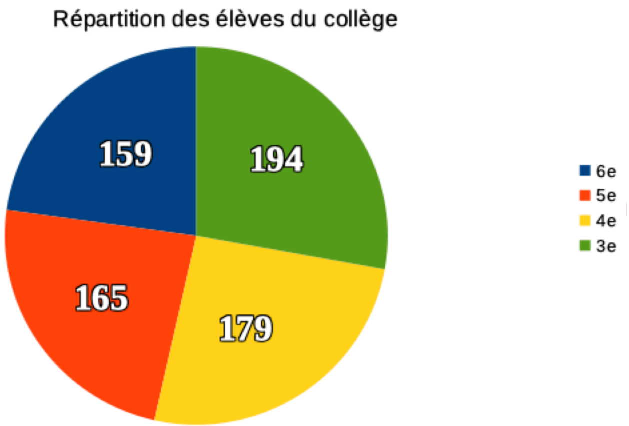
22.3 Diagramme circulaire et semi-circulaire

Définition 90. Dans un diagramme circulaire (en forme de disque), chaque partie indique les effectifs ou pourcentages des différentes catégories.

Définition 91. Dans un diagramme semi-circulaire (en forme de demi-disque), chaque partie indique les effectifs ou pourcentages des différentes catégories.

Remarque. Dans un diagramme circulaire (ou semi-circulaire), les mesures des angles des secteurs sont proportionnelles aux nombres ou aux pourcentages qu'ils représentent.

Exemple 102.



Chapitre 23

Calculer un volume

23.1 Définitions

Définition 92. Le volume d'un solide est la mesure de l'espace qu'il occupe dans une unité donnée.

Définition 93. Une unité de volume étant choisie, la mesure du volume d'un solide, notée $\mathscr{V}$, est le nombre d'unités nécessaires pour remplir l'intérieur de ce solide.

Définition 94. La contenance (aussi appelée capacité) d'un récipient est son volume intérieur.

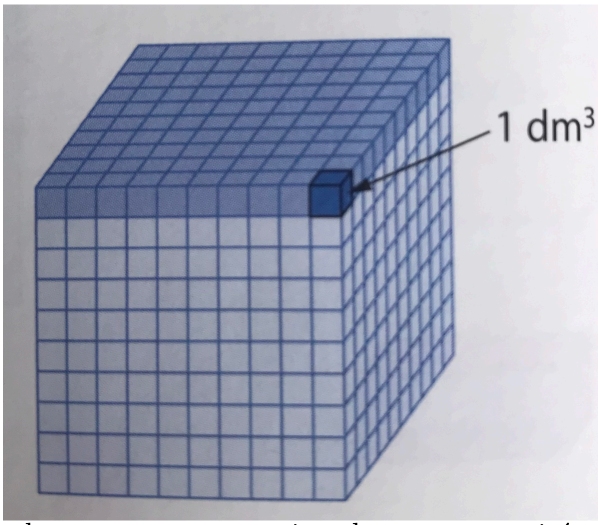
23.2 Unités de volume et de capacité

L'unité de volume de référence est le mètre cube, notée m^3.

Définition 95. 1 m^3 est le volume d'un cube sont l'arête mesure 1 m.

Remarque. Le décimètre cube (noté dm^3), le centimètre cube (noté cm^3) et le millimètre cube (noté mm^3) sont les unités de volume qui correspondent respectivement au volume d'un cube dont l'arête mesure 1 dm, 1 cm et 1 mm.

Comme un cube de volume 1 m^3 contient 1 000 cubes de volume 1 dm^3, on a l'égalité : 1 m^3 = 1 000 dm^3



C'est pourquoi le tableau de conversion pour les volumes comporte trois colonnes par unité :

km^3			hm^3			dam^3			m^3			dm^3			cm^3			mm^3		
														L	dL	cL	mL			

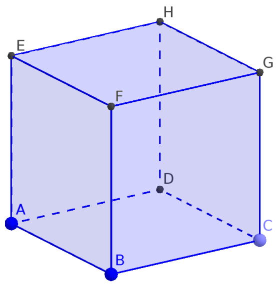
Définition 96. L'unité de capacité est le litre, noté L.
Par définition, 1 L = 1 m^3.

Remarque. • Le litre est une unité de contenance adaptée à la vie de tous les jours pour mesurer le volume de récipients contenant un liquide.
• On peut utiliser d'autres unités de contenance :
•• le millilitre (noté mL) : 1 L = 1 000 mL
•• le centilitre (noté cL) : 1 L = 100 cL
•• le décilitre (noté dL) : 1 L = 10 dL
• On a aussi : $1\ 000 L = 1\ m^3$

Exemple 103. $4,2\ m^3 = 4\ 200\ L$ $670\ dm^3 = 0,67\ m^3$ $24\ daL = 240\ dm^3$
$4,5\ m^3 = 4500\ dm^3$ $56\ L = 5\ 600\ cL$ $6,2\ dm^3 = 6,2\ L$
$13,1\ cm^3 = 0,0131\ dm^3$ $45,8\ hL = 4\ 580\ L$ $12\ m^3 = 12\ 000\ L$
$1\ 600\ mm^3 = 1,6\ cm^3$ $350\ cL = 3,5\ L$ $4\ 200 cm^3 = 4,2\ L$

23.3 Formules

Propriété 51. *Le volume d'un cube d'arête c est :* $\mathscr{V}_{cube} = c \times c \times c$
On note aussi : $\mathscr{V}_{cube} = c^3$.



Propriété 52. *Le volume d'un pavé droit de longueur l, de largeur L et de hauteur h est :*
$\mathscr{V}_{pavdroit} = l \times L \times h$

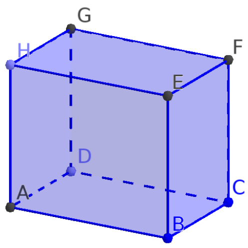


Table des matières